

STATISTIQUES DESCRIPTIVES

I. Caractéristique de position d'une série statistique

1) Séries statistiques

Voici les séries de notes obtenues par 3 élèves :

Jérôme : 4 ; 6 ; 18 ; 7 ; 17 ; 12 ; 12 ; 18

Bertrand : 13 ; 13 ; 12 ; 10 ; 12 ; 3 ; 14 ; 12 ; 14 ; 15

Julie : 15 ; 9 ; 14 ; 13 ; 10 ; 12 ; 12 ; 11 ; 10

2) Moyennes

Méthode : Calculer une moyenne

▶ Vidéo https://youtu.be/88_16UbkdZM

Calculer la moyenne pour chaque série de notes de Jérôme, de Bertrand et de Julie.

$$M_{(\text{Jérôme})} = (4 + 6 + 18 + 7 + 17 + 12 + 12 + 18) : 8 \approx 11,8$$

$$M_{(\text{Bertrand})} = (13 + 13 + 12 + 10 + 12 + 3 + 14 + 12 + 14 + 15) : 10 = 11,8$$

$$M_{(\text{Julie})} = (15 + 9 + 14 + 13 + 10 + 12 + 12 + 11 + 10) : 9 \approx 11,8$$

La moyenne est une caractéristique de position.

3) Médianes

Définition :

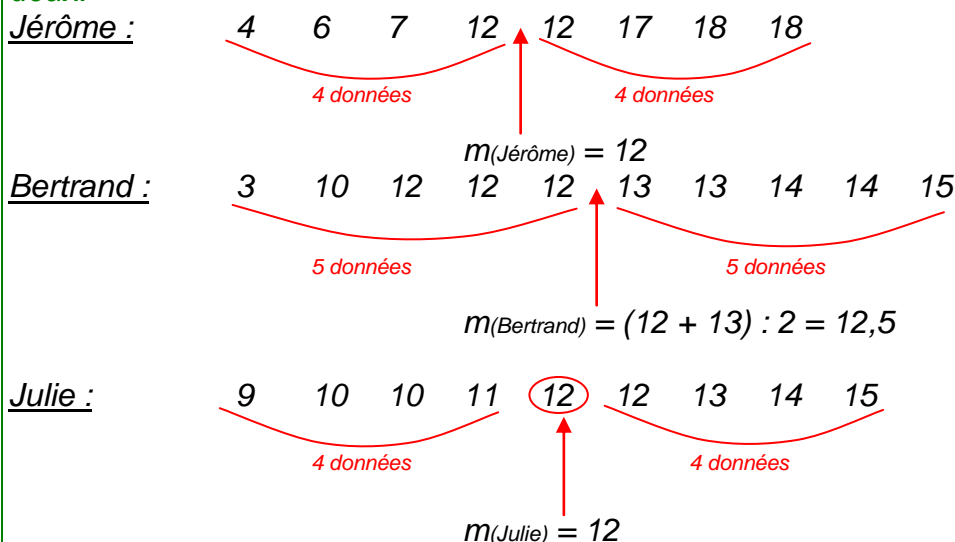
La médiane m est une valeur de la série telle que la moitié de l'effectif ait des valeurs inférieures à m , l'autre moitié des valeurs supérieures à m .

Méthode : Calculer une médiane

▶ Vidéo <https://youtu.be/kr90dXv0NFY>

Calculer la médiane pour chaque série de notes de Jérôme, de Bertrand et de Julie.

Pour déterminer les notes médianes, il faut ordonner les séries. La médiane partage l'effectif en deux.



La médiane est une caractéristique de position.

II. Caractéristiques de dispersion d'une série statistique

1)

2) Etendue

Définition : L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Méthode : Calculer une étendue

▶ Vidéo <https://youtu.be/PPXGOs2b4Ls>

Calculer l'étendue pour chaque série de notes de Jérôme, de Bertrand et de Julie.

$$E_{(\text{Jérôme})} = 18 - 4 = 14$$

$$E_{(\text{Bertrand})} = 15 - 10 = 5$$

$$E_{(\text{Julie})} = 15 - 9 = 6$$

car « 3 » est négligeable dans la série de Bertrand.

On dit qu'on a élagué la série.

L'étendue est une caractéristique de dispersion.

3) Quartiles

Définitions :

Le premier quartile est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des autres valeurs de la série sont inférieures ou égales à cette valeur.

Le troisième quartile est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des autres valeurs de la série sont inférieures ou égales à cette valeur.

Méthode : Calculer les quartiles

▶ Vidéo <https://youtu.be/Yjh-9nMVmEw>

▶ Vidéo <https://youtu.be/2jbpNjXMdSA>

Calculer les quartiles pour chaque série de notes de Jérôme, de Bertrand et de Julie.

Pour déterminer les quartiles, il faut ordonner les séries.

Le premier quartile est la donnée de la série se trouvant au quart de l'effectif.

Le troisième quartile est la donnée de la série se trouvant au trois-quarts de l'effectif.

Jérôme : 4 (6) 7 12 12 (17) 18 18

$\frac{1}{4} \times 8 = 2$, le premier quartile est la 2^e donnée de la série ordonnée.

$\frac{3}{4} \times 8 = 6$, le troisième quartile est la 6^e donnée de la série ordonnée.

$$Q_1(\text{Jérôme}) = 6$$

$$Q_3(\text{Jérôme}) = 17$$

Bertrand : 3 10 (12) 12 12 13 13 (14) 14 15

$\frac{1}{4} \times 10 = 2.5$, le premier quartile est la 3^e donnée de la série ordonnée.

$\frac{3}{4} \times 10 = 7.5$, le troisième quartile est la 8^e donnée de la série ordonnée.

$$Q_1(\text{Bertrand}) = 12$$

$$Q_3(\text{Bertrand}) = 14$$

Julie : 9 10 (10) 11 12 12 (13) 14 15

$\frac{1}{4} \times 9 = 2.25$, le premier quartile est la 3^e donnée de la série ordonnée.

$\frac{3}{4} \times 9 = 6.75$, le troisième quartile est la 7^e donnée de la série ordonnée.

$$Q_1(\text{Julie}) = 10$$

$$Q_3(\text{Julie}) = 13$$

Les quartiles sont des caractéristiques de dispersion.

4) Interprétations

$$M_{(\text{Jérôme})} = 11,8 \quad m_{(\text{Jérôme})} = 12 \quad E_{(\text{Jérôme})} = 14 \quad Q_1_{(\text{Jérôme})} = 6$$

$$Q_3_{(\text{Jérôme})} = 17$$

$$M_{(\text{Bertrand})} = 11,8 \quad m_{(\text{Bertrand})} = 12,5 \quad E_{(\text{Bertrand})} = 5 \quad Q_1_{(\text{Bertrand})} = 12$$

$$Q_3_{(\text{Bertrand})} = 14$$

$$M_{(\text{Julie})} \approx 11,8 \quad m_{(\text{Julie})} = 12 \quad E_{(\text{Julie})} = 6 \quad Q_1_{(\text{Julie})} = 10$$

$$Q_3_{(\text{Julie})} = 13$$

Les moyennes sont environ égales et pourtant les notes ne se répartissent pas de la même manière autour de cette caractéristique de position. Les étendues sont très différentes.

Dire que Jérôme a une médiane égale à 12 signifie que Jérôme a obtenu autant de notes au dessus de 12 que de notes en dessous de 12.

Dire que le premier quartile de Bertrand est égal à 12 signifie qu'au moins un quart des notes de Bertrand sont inférieures à 12.

Dire que le troisième quartile de Julie est égal à 13 signifie qu'au moins trois quarts des notes de Julie sont inférieures à 13.

III. Effectifs cumulés et fréquences cumulées

📺 Vidéo <https://youtu.be/zJ625zpPTds>

1) Série statistique

Tailles des élèves de 2^{nde} 5 en cm :

174 – 160 – 161 – 166 – 177 – 172 – 157 – 175 – 162 – 169 – 160 – 165 – 170 – 152 – 168 156 – 163 – 167 – 169 – 158 – 164 – 151 – 162 – 166 – 156 – 165 – 179

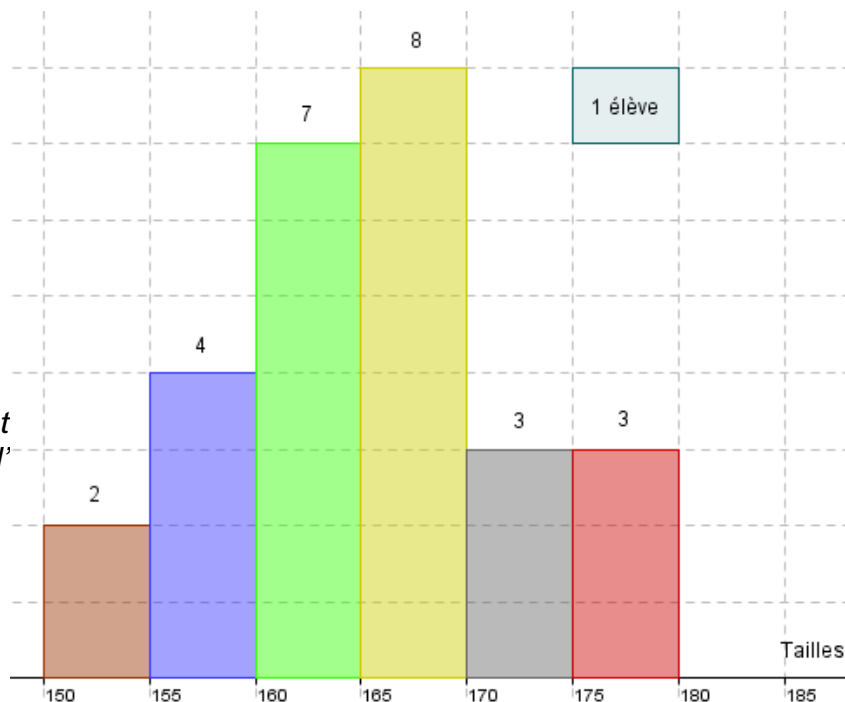
2) Regroupement par classe

Regrouper cette série de tailles par classes de longueur 5 cm et calculer les fréquences en % arrondies à l'unité :

Tailles	$150 \leq t < 155$	$155 \leq t < 160$	$160 \leq t < 165$	$165 \leq t < 170$	$170 \leq t < 175$	$175 \leq t < 180$
Effectifs	2	4	7	8	3	3
Fréquences	$\frac{2}{27} \times 100 = 7$	15	26	30	11	11

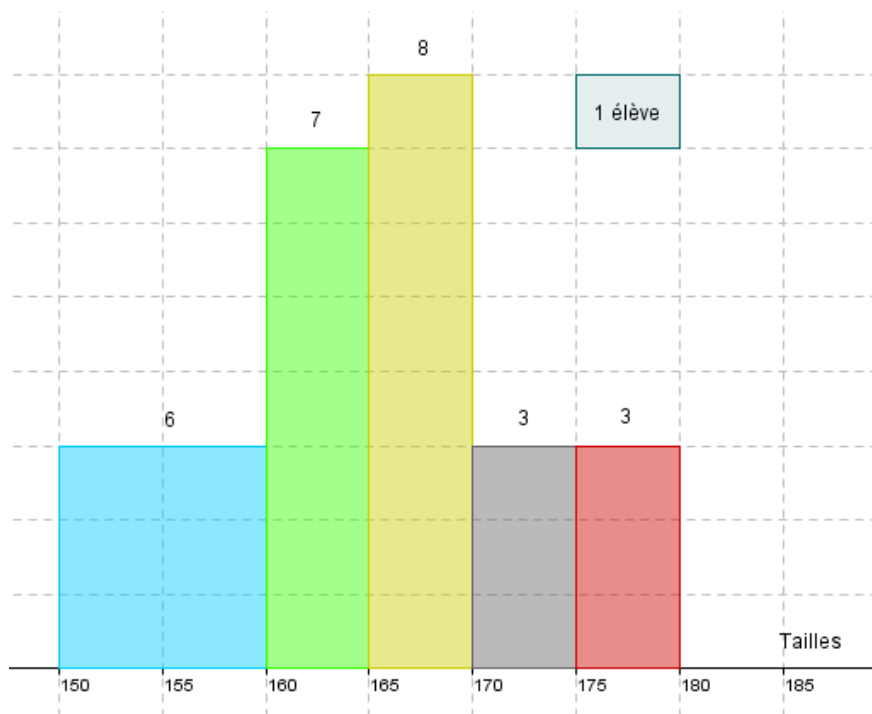
L'effectif total est 27.

HISTOGRAMME DES EFFECTIFS DES TAILLES



Remarque :
Dans un hist
Ainsi, dans l'
suivante :

f (ou à la fréquence).
iendrait la représentation



3) Cumuls:

Tailles	$t < 155$	$t < 160$	$t < 165$	$t < 170$	$t < 175$	$t < 180$
Effectifs cumulés croissants	2	6	13	21	24	27
Fréquences cumulées croissantes en %	7	22	48	78	89	100

Quel est le pourcentage d'élèves dont la taille est inférieure à 170 cm ? **78%**

Quel est le pourcentage d'élèves dont la taille est comprise entre 160 cm et 170 cm?

$$78 - 22 = 56\%$$

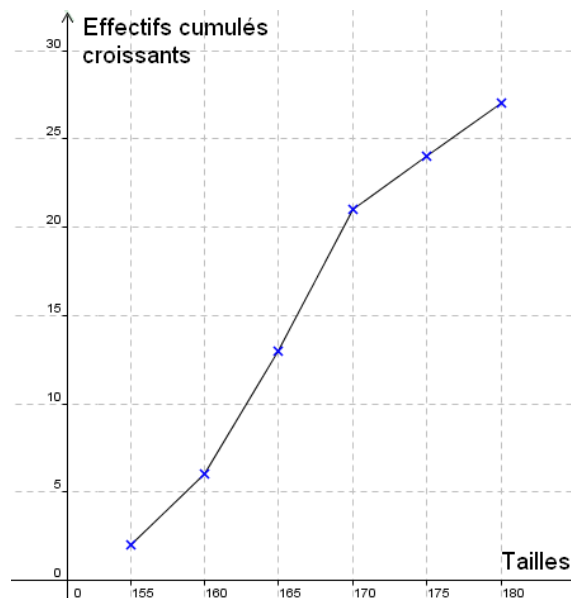
Combien y a-t-il d'élèves dont la taille est supérieure à 165 cm ? $27 - 13 = 14$

Polygone des effectifs cumulés croissants :

 Vidéo <https://youtu.be/DVN-4u6BCPY>

4) Moyenne :

 Vidéo https://youtu.be/88_16UbkdZM



a) Calcul de la moyenne en centrant les classes :

Classes centrées	152	157	162	167	172	177
Effectifs	2	4	7	8	3	3

Il s'agit d'un calcul de moyenne pondéré.

Définition :

La moyenne d'une série statistique dont les valeurs sont x_1, x_2, \dots, x_k et les effectifs correspondants

n_1, n_2, \dots, n_k est notée \bar{x} et est égale à $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + \dots + n_kx_k}{n_1 + \dots + n_k}$.

Ainsi dans l'exemple :

$$(152 \times 2 + 157 \times 4 + 162 \times 7 + 167 \times 8 + 172 \times 3 + 177 \times 3) : 27 \\ = 4449 : 27 \approx 164,8 \text{ cm}$$

b) Calcul de la moyenne exacte :

$$(174 + 160 + 161 + 166 + 177 + 172 + 157 + 175 + 162 + 169 + 160 + 165 + 170 + 152 + 168 + 156 + \\ 163 + 167 + 169 + 158 + 164 + 151 + 162 + 166 + 156 + 165 + 179) : 27 \\ = 4444 : 27 \approx 164,6 \text{ cm}$$

La méthode de calcul de moyenne en centrant les classes est très fiable (ici : 2 mm d'erreur)