

LES NOMBRES DECIMAUX RELATIFS-RATIONNELS

PRESENTATION

I. Les nombres décimaux relatifs :

1) Définition :

Les nombres tels que : 9 ; -3 ; 0,7 ; -0,25 ... sont appelés des nombres décimaux relatifs.

2) Règles de calculs:

a) Règle 1 :

Dans une expression numérique avec uniquement des additions et des soustractions (ou des multiplications et des divisions), on effectue les calculs l'un après l'autre, de la gauche vers la droite.

b) Exemple :

On a : $A = 9 + 1,3 - 2,3 = 10,3 - 2,3 = 8$; $B = 16 \div 4 \times 2,5 = 4 \times 2,5 = 9$

c) Règle 2 :

Dans une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les multiplications et les divisions puis les additions et les soustractions.

d) Exemples :

On a : $C = 75 \div 10 + 3,5 - 5 \times 0,2 = 7,5 + 3,5 - 1,0 = 11 - 1 = 10$

e) Règle 3 :

Pour calculer une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses

f) Exemple :

On a : $D = \underbrace{(4+5)}_{\substack{\text{}}}_{\substack{\text{}}}_{\substack{\text{}}} \times \underbrace{(10-7)}_{\substack{\text{}}}_{\substack{\text{}}}_{\substack{\text{}}} = 9 \times 3 = 27$

II. Addition et soustraction de deux nombres décimaux relatifs :

1) Règle :

Pour calculer la somme de deux nombres relatifs de même signe, on garde le signe et on additionne les distances à zéro.

Pour calculer la somme de deux nombres relatifs de signes contraires, on écrit le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait les distances à zéro.

2) Remarque :

Soustraire un nombre c'est lui ajouter son opposé : $a - b = a + (-b)$

3) Exemples :

Calculons :

$$E = (-6) + (-3) = -9 ; \quad F = (+6) + (+3) = +9 ; \quad C = (-6) + 3 = -3$$

$$D = -7 + 3 = -4 ; \quad F = -7 - (-3) = 7 + 3 = -4$$

III. Produit et quotient de deux nombres décimaux relatifs :

1) Règle :

- *Le produit (ou quotient) de deux nombres relatifs de mêmes signes est un nombre relatif positif.*
- *Le produit (ou quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif négatif.*
- *La distance à zéro du produit (ou quotient) est le produit (ou quotient) des distances à zéro*

2) Exemples :

$$E = (-2) \times (-3) = +6 \quad ; \quad F = (+3) \times (+3) = +9 \quad ; \quad C = 3 \times (-1) = -3$$
$$D = -10 \div (-5) = +2 \quad ; \quad F = 9 \div (-3) = -3$$

IV. Les parenthèses précédées d'un signe + ou - :

1) Règle :

- *Pour enlever les parenthèses précédées d'un signe « + », on supprime les parenthèses et le signe, et on garde les signes des termes entre parenthèses.*
- *Pour enlever les parenthèses précédées d'un signe « - », on supprime les parenthèses et le signe, et on change les signes des termes entre parenthèses*

2) Exemples :

On a :

$$A = 11 - (-3) + (-9) = 11 + 3 - 9 = 14 - 9 = 5 \quad ; \quad B = -11 + (-3) - (-9) = -11 - 3 + 9 = -14 + 9 = -5$$

V. Présentation et comparaison des nombres rationnels :

1) Définition d'un nombre rationnel :

a) Définition :

Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre entier relatif a sur un nombre entier relatif non nul b .

Le nombre $\frac{a}{b}$ est appelé nombre rationnel.

b) Exemples :

Les nombres $\frac{0}{3}$; $\frac{-1}{-2}$; $\frac{3}{-4}$; $\frac{-11}{6}$ sont des nombres rationnels, mais $\frac{3}{0}$ n'est pas un nombre rationnel car son dénominateur est nul.

2) Propriété : Tout nombre décimal relatif est un nombre rationnel.

3) Exemples :

$$E = 3 = \frac{3}{1} = \frac{35}{10} \quad ; \quad F = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad ; \quad C = -1,5 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

4) Remarque :

Il existe des nombres rationnels qui ne sont pas décimaux.

➤ Exemple :

Le nombre rationnel $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal relatif car $\frac{2}{3} = 0,6666666\dots$

5) Signe d'un nombre rationnel :

a) Règle :

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est positif si les nombres a et b ont même signes.

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est négatif si les nombres a et b ont signes contraires.

b) Exemples :

- Le nombre rationnel $\frac{-1}{-2}$ est **positif**, car le numérateur et le dénominateur ont le même signe.
- Le nombre rationnel $\frac{5}{-2}$ est **négatif**, car le numérateur et le dénominateur ont signes contraires.

6) Egalité des nombres rationnels et produits en croix:

a) Règle :

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ désignent deux nombres rationnels.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$ et Si $a \times d = b \times c$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

b) Exemple :

* Comparer les nombres rationnels $\frac{2}{3}$ et $\frac{-3}{-5}$

On a : $2 \times (-5) = -10$ et $3 \times (-3) = -9$.

On constate que : $2 \times (-5) \neq 3 \times (-3)$ Donc : $\frac{2}{3} \neq \frac{-3}{-5}$.

c) Cas particuliers :

Si $\frac{a}{b}$ un nombre rationnel, alors : $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ et $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Exemples :

$$\frac{-9}{-2} = \frac{9}{2} ; \quad -\frac{7}{4} = \frac{-7}{4} = \frac{7}{-4}$$

7) Simplification d'un nombre rationnel :

a) Règle :

Si $\frac{a}{b}$ un nombre rationnel et k un nombre entier relatif non nul, alors :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} ; \quad \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

d) Exemples :

$$A = \frac{-12}{21} = \frac{-4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{-4}{7} ; \quad B = \frac{14}{35} = \frac{14 \div 7}{35 \div 7} = \frac{2}{5}$$

8) Le nombre rationnel et les équations :

a) Règle :

Le nombre rationnel $\frac{b}{a}$ est la solution de l'équation $ax = b$ que a et b sont deux nombres décimaux relatifs et a non nul.

b) Exemples :

- La solution de l'équation $-3x = 4$ est le nombre rationnel $x = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$.
- La solution de l'équation $-2x = -3$ est le nombre rationnel $x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$
- La solution de l'équation $5x = -8$ est le nombre rationnel $x = \frac{-8}{5} = -\frac{8}{5}$.