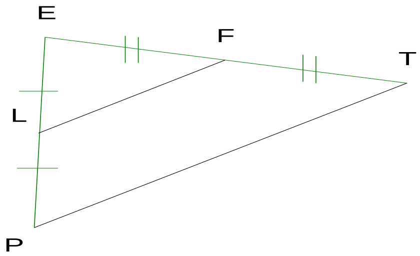
TRIANGLES ET PARALLELES

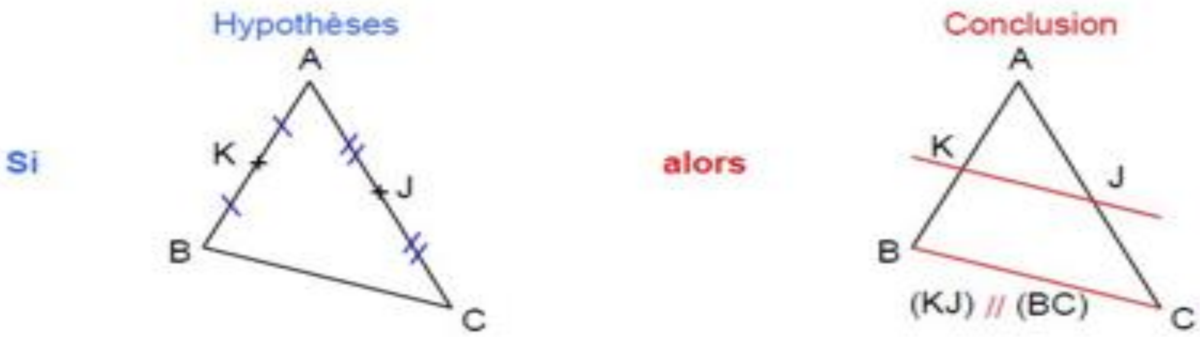
I. la droite qui passe par les milieux de deux côtés

1) Propriété 1 : (théorème direct)



Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième (côté).

Traduction par une figure codée :



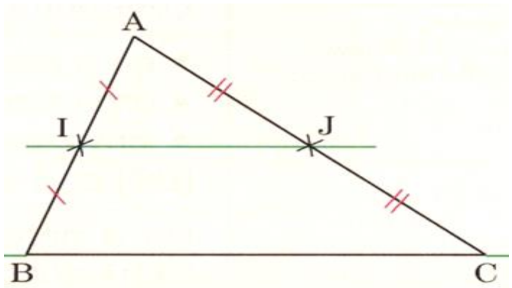
Rédaction :

- *On a dans le triangle* ABC *, le milieu* K *du côté* $[AB]$ *et le milieu* J *du côté* $[AC]$.
- *Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième.*
- *On déduit ainsi que, la droite* (KJ) *est parallèle à la droite* (BC).

2) Remarque :

Cette propriété permet de démontrer que deux droites sont parallèles.

3) Exemple :



Soit ABC *un triangle et soient* I *le milieu de* $[AB]$ *et* J *le milieu de* $[AC]$.

Monter que $(IJ)//(BC)$.

On sait que (hypothèses):

- ✓ I *est le milieu de* $[AB]$ *et*
- ✓ J *est le milieu de* $[AC]$.

On en déduit que (conclusion) : $(IJ)//(BC)$.

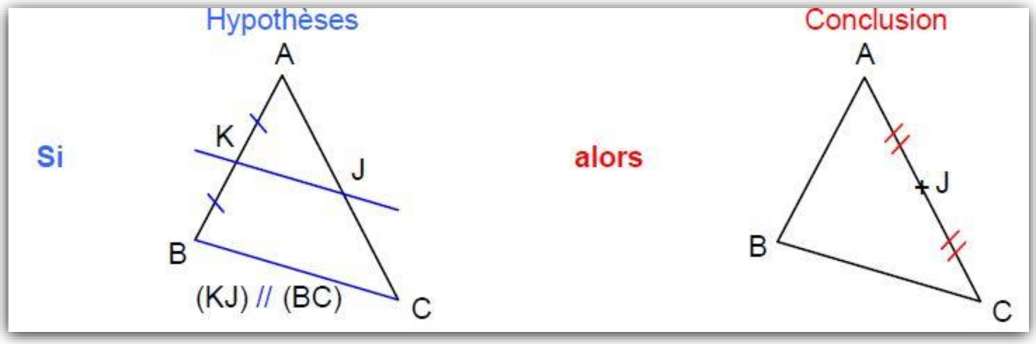
II. La droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté dans un triangle

1) Propriété 2 : (théorème réciproque)

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second (côté), alors elle coupe le troisième (côté) en son milieu.

Traduction par une figure codée

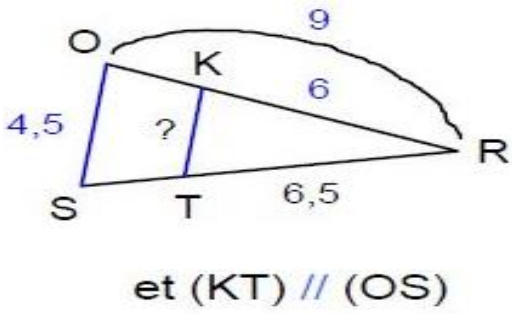
Rédaction :



- *Dans le triangle* ABC *,* K *milieu de* $[AB]$*,* $J \in [AC]$ *et* $(KJ)//(BC)$.
- *Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second, alors elle coupe le troisième en son milieu.*
- *Donc,* J *milieu de* $[AC]$.

2) *Remarque :*

Cette propriété permet de démontrer qu'un point est le milieu d'un segment.



I. *Longueur*

1) *Propriété 3 :*

Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

2) *Exemple :*

Soit EFG *un triangle (figure en dessous).*

Calculer la distance LF *sachant que* $PT = 12$

Soit $\frac{6}{9}=\frac{RT}{4.5}$ *donc* $KT=\frac{6\times 4,5}{9}=3$ *D'où :* $KT=3$

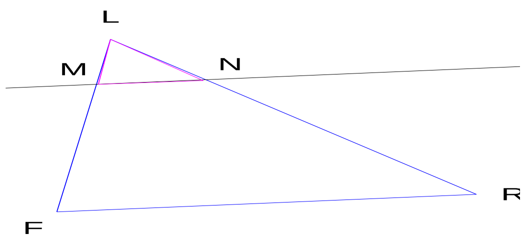
On a L *est le milieu de* $[PE]$ *et* F *est le milieu de* $[FT]$,

donc $LF=\frac{1}{2}PT=\frac{12}{2}=6$

II. Proportionnalité et droites parallèles. Théorème de Thalès

1) Propriété 4:

Dans un triangle LFR*, si* M *est un point du côté* $[LF]$ *,* N *un point du côté* $[LR]$ *et si* (MN) *est parallèle à* (FR)*, alors :* $\frac{LM}{LF}=\frac{LN}{LR}=\frac{MN}{FR}$



On a aussi l'égalité sur les inverses : $\frac{LF}{LM}=\frac{LR}{LN}=\frac{FR}{MN}$

2) Exemple :

On reconnaît une figure « clé » du cours :

On a dans le triangle ROS*,* $K\in[RO]$, $T\in[RS]$

et $(KT)//(OS)$ *,* $RK=6$*,* $RO=9$ *et* $OS=4,5$.

On peut alors utiliser le théorème de Thalès dans le triangle.

On peut ainsi conclure que :

$\frac{RK}{RQ}=\frac{RT}{RS}=\frac{KT}{OS}$ *c.à.d. :* $\frac{6}{9}=\frac{6,5}{RS}=\frac{KT}{4,5}$