BAFDILI
VOUS AIDER À RÉSOUDRE TOUS LES PROBLÈMES LIÉS AUX MATHÉMATIQUES

LA RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

I. DEFINITION:

1) Définition :

Soit a un nombre positif.

On appelle Racine Carrée de a noté $\sqrt{a}$

Le nombre positif dont le carré est a : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a^2} = a$

2) Notation :

Si a est un nombre positif alors : $a = b^2$ signifie : $b = \sqrt{a}$

On dit : $\sqrt{\ }$ radical a radicande

3) Exemple :

$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$; $\sqrt{-9}$ n'a pas de sens car -9 est un nombre négatif

4) Exercice:

Compléter le tableau :

$\sqrt{25} =$; $\sqrt{81} =$; $\sqrt{0} =$; $\sqrt{7} \approx$; $\sqrt{121} =$	
$\sqrt{144} =$; $\sqrt{49} =$; $\sqrt{1} =$; $\sqrt{0,36} =$	

Réponse:

$\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{7} \approx 2,64$; $\sqrt{121} = 11$	
$\sqrt{144} = 12$; $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{0,01} = 0,1$; $\sqrt{0,36} = 0,6$	

Il faut connaître par cœur les carrés parfaits

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	400

II. OPERATIONS SUR LES RACINES CARREES

1) Propriétés:

a et b sont deux nombres positifs :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad ; \quad \sqrt{a \times b \times c} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ avec } b \neq 0$$

2) Exemples et exercices:

a) Simplifier : $A = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$; $B = \sqrt{20} + \sqrt{45}$; $C = \sqrt{0,0625}$

b) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

$X = \sqrt{50}$; $T = X + Y - Z$; $Z = \sqrt{72}$; $Y = \sqrt{8}$

c) Donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

$A = \sqrt{\frac{25}{16}}$	$B = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$	$C = \sqrt{\frac{4}{49}}$	$D = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{125}{9}}$

Réponse :

a) Simplification : $A = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3 \times 6} = \sqrt{36} = 6$; $B = \sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

$C = \sqrt{0,0625} = \sqrt{625 \times 10^{-4}} = 25 \times 10^{-2}$

b) Ecrivons sous la forme $a\sqrt{b}$, ou a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

$X=\sqrt{50}$ $=\sqrt{25\times2}$ $=5\sqrt{2}$	$Y=\sqrt{8}$ $=\sqrt{4}\times\sqrt{2}$ $=2\sqrt{2}$	$Z=\sqrt{72}$ $=\sqrt{36}\times\sqrt{2}$ $=6\sqrt{2}$	$T=X+Y-Z$ $=5\sqrt{2}+2\sqrt{2}-6\sqrt{2}$ $=\sqrt{2}$

c) Donnons le résultat sous la forme la plus simple possible :

$A=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$	$B=\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{32}{2}}=\sqrt{16}=4$	$C=\sqrt{\frac{4}{49}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}}=\frac{2}{7}$
$D=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{125}{9}}=\sqrt{\frac{36}{5}\times\frac{125}{9}}=\sqrt{4\times25}=\sqrt{100}=10$		

I. RENDRE RATIONNEL LE DENOMINATEUR :

1) Propriété :

a et b sont deux nombres distincts positifs non nuls:

$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2=a-b$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad et \quad \sqrt{a}+\sqrt{b}=\frac{a+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

2) Exepmle 1 : $A=\frac{5}{\sqrt{3}}$

Pour rendre rationnel (plus exactement entier ici) le dénominateur, on a multiplié le numérateur et le dénominateur du quotient par $\sqrt{3}$ ce qui a permis de se débarrasser de la racine carrée au dénominateur.

$$A=\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3} \quad ; \quad B=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$C=\frac{2}{\sqrt{14}}=\frac{2\times\sqrt{14}}{\sqrt{14}\times\sqrt{14}}=\frac{2\sqrt{14}}{14}=\frac{\sqrt{14}}{7} \quad ; \quad D=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{14}{7}}=\sqrt{2}$$

Exemple 2 : $E=\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

Dans ce deuxième exemple, multiplier par $\sqrt{7}$ ou $\sqrt{3}$ le numérateur et le dénominateur, n'aura aucune incidence sur le changement de nature du dénominateur, ici il faut multiplier par l'expression conjuguée de ($\sqrt{7}-\sqrt{3}$) qui est ($\sqrt{7}+\sqrt{3}$)

On utilise en fait l'identité remarquable : $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.

$$E=\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{5\times\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\frac{5\times\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{7}^2-\sqrt{3}^2}=\frac{5\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3}=\frac{5\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{4}$$

$$F=\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)^2}{3^2-\sqrt{5}^2}=\frac{\left(3+\sqrt{5}\right)^2}{9-5}=\frac{9+6\sqrt{5}+5}{4}=\frac{14+6\sqrt{5}}{4}=\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$$