THÉORÈME DE THALÈS

I. LE THEOREME DIRECTE DE THALES DANS UN TRIANGLE

1) Propriété directe :

Soit (D_1) *et* (D_2) *deux droites sécantes en* A.

B *et* M *deux points de* (D_2) *différents de* A .

C *et* N *deux points de* (D_1) *différents* A.

Si $(MN) \parallel (BC)$ *alors* $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

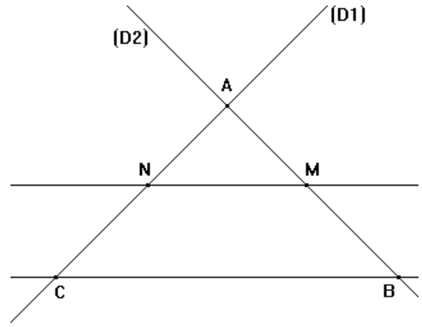


Figure 3

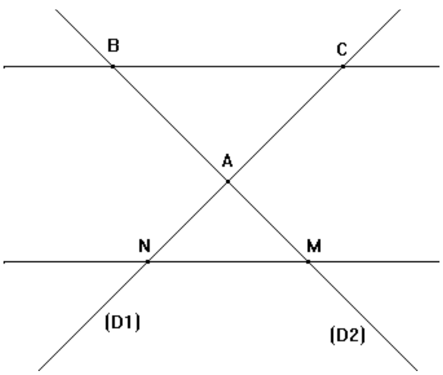


Figure 2

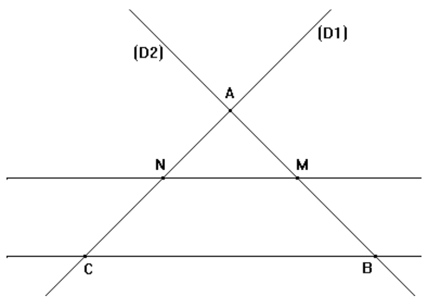
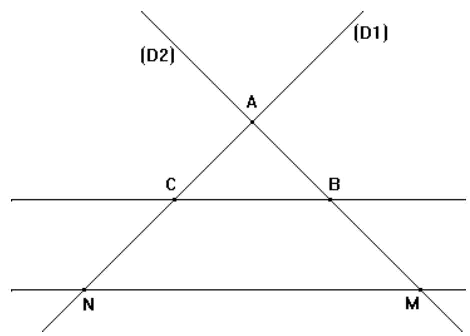


Figure 1



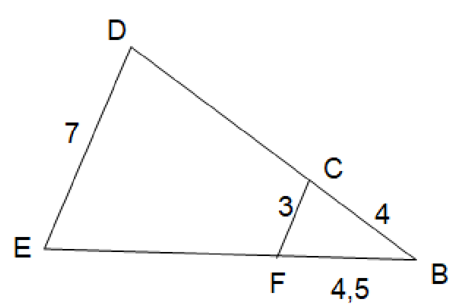
Dans les trois cas de figure on a $(MN)//(BC)$ *et* $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

1) Exercice 1 :

Sur la figure ci-contre, (CF) *et* (DE) *sont parallèles.*

Calculer les longueurs BD *et* EF .

Donner la valeur exacte et éventuellement un arrondi au dixième de cm.



Réponse :

Les triangles BCF *et* BDE *sont en situation de Thalès car*

$(CF)//(DE)$, *donc :* $\dfrac{BC}{BD} = \dfrac{BF}{BE} = \dfrac{CF}{DE}$ $d'ou$ $\dfrac{4}{BD} = \dfrac{4,5}{BE} = \dfrac{3}{7}$

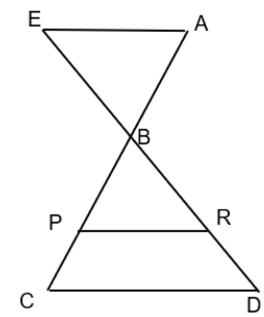
donc $BD = \dfrac{4\times 7}{3} = 9,3$ *et* $BE = \dfrac{4,5\times 7}{3} = 10,5$ *donc* $EF = 10,5 - 4,5 = 6$

2) Exercice 2 :

Les droites (EA), (PR) et (CD) *sont parallèles.*

On donne : $EB = 2cm,\ BD = 5cm,\ PR = 4cm,\ CD = 6cm.$

Calculer BR et EA *. Donner une valeur exacte et éventuellement une valeur approchée à* 10^{-2} *près centimètre*



Réponse :

Les 2 triangles BPR *et* BCD *sont en situation de Thalès car* $(PR)//(CD)$*, donc :*

$$\frac{BP}{BC}=\frac{BR}{BD}=\frac{PR}{CD} \quad soit \quad \frac{BP}{BC}=\frac{BR}{5}=\frac{4}{6} \quad donc\ BR=\frac{5\times 4}{6}\simeq 3,33\ cm.$$

De même dans les triangles BEA *et* BDC *sont en situation de Thalès car* (EA) *et* (CD) *sont parallèles, donc* $\frac{BE}{BD}=\frac{BA}{BC}=\frac{EA}{DC}$ *soit* $\frac{2}{5}=\frac{BA}{BC}=\frac{EA}{6}$

d'où $EA=\frac{6\times 2}{5}=\ 2,4\ cm$

II. LE THEOREME RECIPROQUE DE THALES DANS UN TRIANGLE:

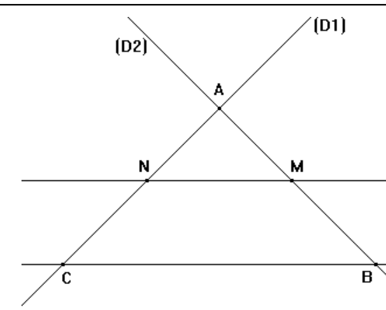
2) Propriété réciproque :

Soit (D_1) *et* (D_2) *deux droites sécantes en* A *.*

B *et* M *deux points de* (D_2) *différents de* A *.*

C *et* N *deux points de* (D_1) *différents* A *.*

Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ *et si les points* A, M *et* B *et les points* A, N *, et* C *sont alignés dans le même ordre, alors* (MN) *et* (BC) *sont parallèles*



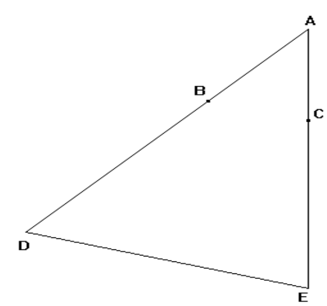
3) Exercice 3:

On considère la figure ci-contre telle que :

$AB = 3$ et $AC = 2,4$ et $AD = 8$ et $AE = 6,4$ *Démontrons que* :$(BC)//(DE)$

Réponse : Comparons : $\frac{AB}{AD}$ *et* $\frac{AC}{AE}$

On a : $\frac{AB}{AD}=\frac{3}{8}$ *et* $\frac{AC}{AE}=\frac{2,4}{6,4}=\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$ *donc* $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$



Conclusion :

Dans le triangle ABC *on a :* $E\in(AC)$ *et* $D\in(AB)$

Les points A, B et D *dans le même ordre que les points* A, C et E et $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$.

Donc d'après la réciproque de Thales on a : $(BC)//(DE)$