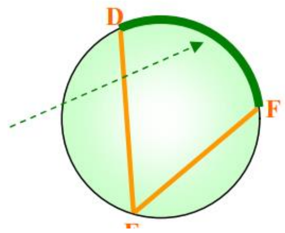
ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

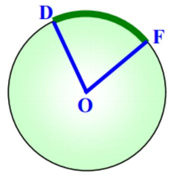
I. VOCABULAIRE :



Dans la figure ci-contre on a : D, E et F sont trois points d'un cercle (ζ).

On dit alors que $\widehat{DEF}$ est un angle inscrit dans le cercle (ζ).

L'arc de cercle (ζ) d'extrémité D et F qui ne contient pas le point E est appelé arc de cercle intercepté par l'angle inscrit $\widehat{DEF}$.



D et F sont deux points d'un cercle (ζ) de centre O.

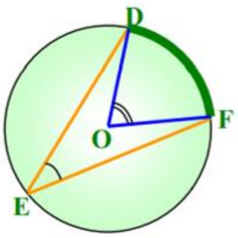
L'angle $\widehat{DOF}$ (rentrant ou sillant) est appelé angle au centre de (ζ).

II. PROPRIETES :

1) Propriété 1 : angle inscrit et angle au centre

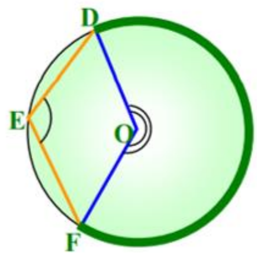
> *Dans un cercle, si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit.*

2) Exemple :



Pour les deux figures on a :

$$\widehat{DOF} = 2 \times \widehat{DEF}$$

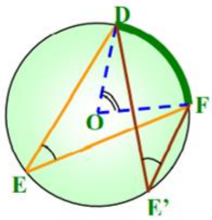


3) Propriété 2 :

4) Angle inscrit

> *Si, dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle, alors ces deux angles sont de même mesure.*

Démonstration :



Dans la figure ci-contre on a : $\widehat{DEF}$ et $\widehat{DE'F}$ deux angles inscrit qui interceptent le même arc DF.

$\widehat{DOF}$ est un angle au centre qui interceptent le même arc.

On a donc : $\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{DOF}$ et $\widehat{DE'F} = \frac{1}{2}\widehat{DOF}$ Donc $\widehat{DEF} = \widehat{DE'F}$.

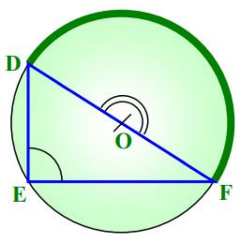
5) Propriété :

> *Si $\widehat{DEF}$ est inscrits dans un cercle (ζ) de diamètre $[DF]$ alors le triangle DEF est rectangle en E.*

Démonstration :

DEF est un triangle inscrit dans le cercle (ζ)

Donc $\widehat{DEF}$ est un angle inscrit dans le cercle (ζ)



$\widehat{DOF}$ est un angle au centre qui interceptent le même arc qui intercepte le même arc que l'angle $\widehat{DEF}$

Donc $\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{DOF}$ comme $\widehat{DOF}$ est plat alors $\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{DOF} = \frac{1}{2}\times 180^\circ = 90^\circ$

DEF est bien un triangle rectangle en E.