

DEVOIR 2 CORRECTION

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

EXERCICE 1:

1) Calculer : $A = \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \times \frac{21}{5}$; $B = 6 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{2})^2$

2) Simplifier : $C = \sqrt{4\sqrt{4}+1}$; $D = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$; $E = \sqrt{\frac{5}{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{5} + 4$

3) Donner l'écriture scientifique de G tel que : $G = 20000000 \times 0,0004$

CORRECTION :

1) On a : $A = \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \times \frac{21}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$; $B = 6 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{2})^2 = 6 \times \frac{2}{3} - 2 = 2$

2) On a :

$$C = \sqrt{4\sqrt{4}+1} = \sqrt{4 \times 2 + 1} = \sqrt{8+1} = 3 \quad ; \quad D = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$$

$$E = \sqrt{\frac{5}{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{5} + 4 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{5} + 4 = 5$$

3) On a : $G = 20000000 \times 0,0003 = 2 \times 10^7 \times 3 \times 10^{-4} = 6 \times 10^3$

EXERCICE 2: (... / 7)

1) Ecrire sous forme d'une puissance : $M = \frac{2^5}{2^2} + (2^{-3})^{-1}$.

2) Ecrire H sous forme de puissance de base 10 : $H = (10^2)^5 \div (10^8 \times 10^6)$.

3) Développer et simplifier : $I = (\sqrt{2} + 2)^2 - 2(2 + 0,5\sqrt{2})\sqrt{2}$.

Factoriser : $J = (\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 3)^2$

CORRECTION :

1) Ecrire sous forme d'une puissance : $M = \frac{2^5}{2^2} + (2^{-3})^{-1} = 2^{5-2} + 2^3 = 2^3 + 2^3 = 2 \times 2^3 = 2^{1+3} = 2^4$

2) Ecrivons sous forme de puissance de base 10 : $H = (10^2)^5 \div (10^8 \times 10^6) = 10^{10} \div 10^{14} = 10^{-4}$

3) On a : $I = (\sqrt{2} + 2)^2 - 2(2 + 0,5\sqrt{2})\sqrt{2} = \cancel{\sqrt{2}^2} + 4\cancel{\sqrt{2}} + 4 - 4\cancel{\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2}^2} = 4$

4) On a : $J = (\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 3)^2 = (\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 3) = (\sqrt{2} - 3)(3\sqrt{2} - 2)$

EXERCICE 3: (... / 3)

1) On pose : $N = 2\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$. Ecrire N sous forme $a\sqrt{b}$ avec a et b étant deux nombres entier et b étant le plus petit possible.

2) On pose : $N = \frac{400}{0,02 \times (10^2)^2} - 1$. Montrer que N est un entier naturel.

3) On pose : $P = \frac{3}{\sqrt{11-3}} - \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$. Montrer que P est un entier relatif.

CORRECTION :

1) Ecrire sous forme $a\sqrt{b}$:

$$N = 2\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

2) Montrons que N est un entier naturel:

$$N = \frac{400}{0,02 \times (10^2)^2} - 1 = \frac{4 \times 10^2}{2 \times 10^{-2} \times 10^4} - 1 = \frac{4 \times 10^2}{2 \times 10^{-2+4}} - 1 = \frac{4 \times 10^2}{2 \times 10^2} - 1 = 2 - 1 = 1.$$

3) Montrons que P est un entier relatif:

$$P = \frac{3}{\sqrt{11}-3} - \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = \frac{3 \times (\sqrt{11}+3)}{11-9} - \sqrt{11} - 3 = \sqrt{11}+3 - \sqrt{11} - 3 = 0$$

Donc P est un entier relatif:

EXERCICE 4: (.../2)

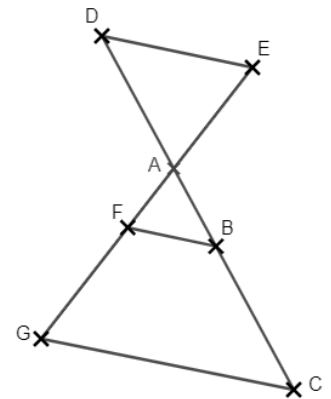
On considère la figure ci-contre telle que : (BF) est parallèle à (GC) ,

$$AF = 1,2 \text{ cm}, GC = 3 \text{ cm}, AB = 1,8 \text{ cm} \text{ et } AC = 4,5 \text{ cm}$$

1) Calculer: AG et BF

2) Sachant que : $AE = 1,8 \text{ cm}$ et $AD = 2,7 \text{ cm}$

Montrer que : (BF) est parallèle à (DE)



CORRECTION :

1) Les droites (BF) et (GC) sont parallèles, les points $s A, F, G$ et les points $s A, B, C$ sont alignés dans l'ordre respectifs;

On a également d'après le théorème directe de Thalés on a : $\frac{AF}{AG} = \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{GC}$

$$\text{soit } \frac{1,2}{AG} = \frac{1,8}{4,5} = \frac{BF}{3} \text{ donc } \frac{1,2}{AG} = \frac{2}{5} \text{ et } \frac{2}{5} = \frac{BF}{3}$$

$$\text{donc : } AG = \frac{5 \times 1,2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm et } BF = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ cm}$$

2) Comparons : $\frac{AE}{AF}$ et $\frac{AD}{AB}$

$$\frac{AE}{AF} = \frac{1,8}{1,2} = \frac{3}{2} \text{ et } \frac{AD}{AB} = \frac{2,7}{1,8} = \frac{3}{2} \text{ donc } \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB}$$

Les points $s E, A, F$ et les points $s D, A, B$ sont alignés dans l'ordre respectifs;

On a également d'après le théorème réciproque de Thalés

les droites (BF) et (DE) sont parallèles,

EXERCICE 4 :

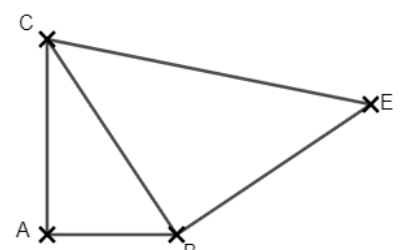
On considère la figure ci-contre telle que :

ABC est un triangle rectangle en A ,

$$AB = 2, BE = 4, AC = 2\sqrt{3} \text{ et } CE = 4\sqrt{2}$$

1) Montrer que : $BC = 4$ et calculer $\sin \hat{B}CA$ et $\tan \hat{A}BC$.

2) Montrer que le triangle BEC rectangle.



CORRECTION :

D'après théorème direct de Pythagore on a :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{4+12} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sin \hat{BCA} = \frac{BA}{BC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ et } \tan \hat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

2) On a : $CE^2 = 32$, $BC^2 = 16$ et $CE^2 = 32$

$$CE^2 + BC^2 = 16+16 = 32 = CE^2 \text{ Soit } CE^2 + BC^2 = CE^2$$

D'après la réciproque de Pythagore on a BCE rectangle en C

EXERCICE 5:

1) Soit x la mesure d'un angle aigu tel que : $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Montrer que : $\cos x = \frac{2}{3}$ et calculer $\tan x$

2) Calculer la valeur de S tel que : $S = \cos^2 80^\circ + \cos^2 10^\circ + \sin^2 65^\circ - \cos^2 25^\circ$

3) Soit a la mesure d'un angle aigu; On pose: $X = (2 + \sin^2 a)\sqrt{3} - (1 - \cos^2 a)\sqrt{3}$

CORRECTION :

1) On a : $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{3} = \frac{2}{3}$ et $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2) On a : $S = \cos^2 80^\circ + \cos^2 10^\circ + \sin^2 65^\circ - \cos^2 25^\circ$

On a : $80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$ donc $\cos 80^\circ = \sin 10^\circ$

et $65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$ donc $\cos 25^\circ = \sin 65^\circ$ alors :

$$S = \cos^2 80^\circ + \sin^2 80^\circ + \sin^2 65^\circ - \sin^2 65^\circ = 1$$

3) On a : $X = (2 + \sin^2 a)\sqrt{3} - (1 - \cos^2 a)\sqrt{3}$

$$X = (2 + \sin^2 a)\sqrt{3} - (1 - \cos^2 a)\sqrt{3} = [(2 + \sin^2 a) - 1 + \cos^2 a]\sqrt{3} = (2 + \sin^2 a - \sin^2 a)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

