DEVOIR 3 CORRECTION

EXERCICE 1: $(\ldots/6)$

1) ***Calculer*** : $A=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\div\frac{4}{3}$; $B=\sqrt{10}\times\sqrt{2,5}-\sqrt{16}$; $C=\sqrt{36}-\left(\sqrt{4}\right)^2$

$$D=5^2-2\times10^7\times10^{-6}-\sqrt{4} \quad ; \quad E=7-4\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$$

2) ***Simplifier*** : $G=\sqrt{3^2+40}-2$; $H=\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^0$

3) ***Donner l'écriture scientifique de*** I ***tel que*** : $I=0,007\times\left(10^2\right)^5$.

4) ***Comparer***: $N=2\sqrt{2}$ ***et*** $P=\sqrt{7}$.

CORRECTION :

1) *On a* : $A=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\div\frac{4}{3}=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{7}-\frac{6}{7}=0$

$B=\sqrt{10}\times\sqrt{2,5}-\sqrt{16}=\sqrt{25}-4=5-4=1$; $C=\sqrt{36}-\left(\sqrt{4}\right)^2=6-4=2$

$D=5^2-2\times10^7\times10^{-6}-\sqrt{4}=25-20-2=3$; $E=7-4\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=7-4+1=4$

2) *On a* : $G=\sqrt{3^2+40}-2=\sqrt{9+40}-2=\sqrt{49}-2=7-2=5$

$H=\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^0=\left(2\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+1=\sqrt{5}\times\sqrt{5}+1=5+1=6$

3) $I=0,007\times\left(10^2\right)^5=7\times10^{-3}\times10^{10}=7\times10^7$

4) *On a* : $N^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=4\times2=8$ *et* $P^2=\left(\sqrt{7}\right)^2=7$ *donc* $N^2\rangle P^2$

de $N\rangle 0$ *et* $P\rangle 0$ *alors* $P\langle N$

EXERCICE 2 $(\ldots/4)$:

1) ***Développer et simplifier*** : $J=2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2$.

2) ***Simplifier et calculer*** : $K=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{5}{\sqrt{5}}$.

3) ***Ecrire*** L ***sous forme de puissance de base 10*** : $L=\frac{(7\times3)^{-3}\times5^4\times3^3\times8\times4^2}{7^{-3}\times2^3}$

4) ***Factoriser*** : $K=\left(\sqrt{3}-2\right)^2+\left(\sqrt{3}-2\right)\sqrt{3}$

5) a ***et*** b ***deux nombres réels tels que*** : $2\le a\le4$ ***et*** $-2\le b\le-1$.

Encadrer : $R=a+b$, $S=a-b$ ***et*** $T=ab+8$.

CORRECTION :

1) On a : $J = 2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2 = 2\sqrt{7}-1+7-2\sqrt{7}+1 = 1$

2) On a : $K = \dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{5}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}+2}{5-4}-\dfrac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}+2-\sqrt{5} = 2$

3) On a : $L = \dfrac{(7\times 3)^{-3}\times 5^4\times 3^3\times 8\times 4^2}{7^{-3}\times 2^3} = \dfrac{7^{-3}\times 3^{-3}\times 5^4\times 3^3\times 2^3\times 2^4}{2^3\times 7^{-3}} = 5^4\times 2^4 = 10^4$

4) On a : $M = \left(\sqrt{3}-2\right)^2+\left(\sqrt{3}-2\right)\sqrt{3} = \left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}-2+\sqrt{3}\right) = 2\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$

5) On a : $0\le a+b\le 3$ donc $0\le R\le 3$; $3\le a-b\le 6$ donc $3\le S\le 6$ et $-8\le ab\le -2$ donc $0\le T\le 6$

EXERCICE 3 : $(\ldots/2)$

1) Soit x la mesure d'un angle aigu telle que: $\cos x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$. Montrer que: $\sin x = \dfrac{2}{3}$ et en déduire $\tan x$

2) a et b sont les mesures de deux angles complémentaires calculer la valeur de X tel que: $X = \sin^2 a + \sin^2 b - 1$

3) Soit α la mesure d'un angle aigu on pose $Y = 1-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}+\tan^2\alpha$. Montrer que $Y = 0$

CORRECTION :

1) On a : $\sin x = \sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{9}\right)^2} = \sqrt{1-\dfrac{5}{9}} = \sqrt{\dfrac{4}{9}} = \dfrac{2}{3}$ et $\tan x = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

2) On a : $a+b = 90^\circ$ donc $\cos b = \sin a$ alors $X = \sin^2 a+\sin^2 b-1 = \sin^2 a+\cos^2 a-1 = 1-1 = 0$

3) On a : $Y = 1-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}+\tan^2\alpha = 1-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}+\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 0$

EXERCICE 4: $(\ldots./2)$

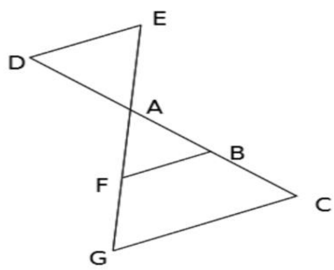
On considère la figure ci-contre telle que :

(BF) est parallèle à (GC) , $AF = 1,2cm$, $GC = 3cm$, $AB = 1,8cm$ et $AC = 4,5cm$

1) Calculer: AG et BF

2) Sachant que : $AE = 1,8cm$ et $AD = 2,7cm$

Montrer que : (BF) est parallèle à (DE)



CORRECTION :

1) Les droits (BF) et (GC) sont parallèles, les points A, F, G et les points A, B, C sont alignes dans l'ordre respectifs;

On a également d'apreés le théoreme directe de Thalés on a :

$\dfrac{AF}{AG} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BF}{GC}$ soit $\dfrac{1,2}{AG} = \dfrac{1,8}{4,5} = \dfrac{BF}{3}$ donc $\dfrac{1,2}{AG} = \dfrac{2}{5}$ et $\dfrac{2}{5} = \dfrac{BF}{3}$

donc : $AG = \dfrac{5\times 1,2}{2} = \dfrac{6}{2} = 3cm$ et $BF = \dfrac{3\times 2}{5} = \dfrac{6}{5} = 1,2cm$

2)Comparons : $\frac{AE}{AF}$ et $\frac{AD}{AB}$

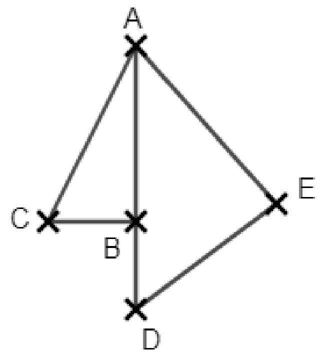
$\frac{AE}{AF}=\frac{1{,}8}{1{,}2}=\frac{3}{2}$ et $\frac{AD}{AB}=\frac{2{,}7}{1{,}8}=\frac{3}{2}$ donc $\frac{AE}{AF}=\frac{AD}{AB}$

Les points E, A, F et les points D, A, B sont alignes dans l'ordre respectifs;

On a égalementd'apreés d'aprés le théoreme réciproque de Thalés

les droits (BF) et (DE) sont parallèles,

EXERCICE 6 :



On considère la figure ci-contre telle que ABC ***triangle rectangle en*** B, $BC=1$, $AB=\sqrt{3}$, $AD=4$, $DE=\sqrt{7}$ ***et*** $AE=3$.

1) ***Montrer que :*** $AC=2$.

2) ***Calculer :*** $\sin A\hat{C}B$ ***et*** $\tan A\hat{C}B$

3) ***Montrer que le triangle*** ADE ***est un triangle rectangle.***

CORRECTION :

1) On a : ABC est un triangle rectangle en B donc d'aprés le théoreme directe de pythagore on a :

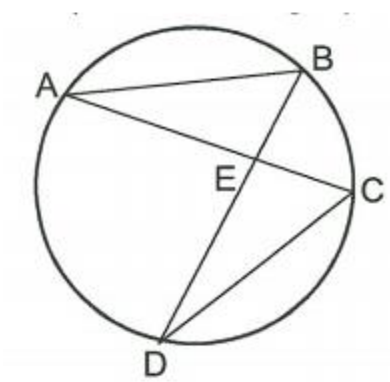
$AC^2=AB^2+BC^2=\sqrt{3}^2+1^2=3+1=4$ soit $AC=\sqrt{4}=2$

2) On a : $\sin A\hat{B}C=\frac{BD}{BC}=\frac{3}{5}$; $\tan A\hat{B}C=\frac{DB}{DC}=\frac{3}{4}$

3) On a : $AE^2=9$, $DE^2=7$ et $AE^2=16$ On a : $AE^2+DE^2=9+7=16=AE^2$

donc d'aprés le théoreme réciproque de pythagore on a : ADE es rectangle en E

EXERCICE 7 : $(..../2{,}5)$



Dans la figure ci-contre on a : $ABD=75^\circ$ ***et*** $AE=ED$

(ς) ***le cercle de centre*** O ***et de rayon*** r , (AC) ***et*** (BD) ***se coupent en*** E .

1) ***Déterminer la mesure de*** ACD ***et la mesure de*** AOD

2) ***Montrer que*** AED ***et*** BEC ***sont semblables.***

3) ***Montrer que :*** ABE ***et*** DCE ***sont isométriques.***

CORRECTION :

1) On a : $ACD=ABD=75^\circ$ deux angles iscrit dans le même cercle interceptent l'arc AD

donc $ACD=75°$

AOD est l'angle au centre associe à l'angle inscrit ACD dans

le même cercle donc $AOD=2ACD=150°$

2) On a : $ACD = ABD$ deux angles iscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc AD

$AED = BEC$ deux angles opposes par le sommet

$$\left.\begin{array}{l} AED = BEC \\ ACD = ABD \end{array}\right\} \text{ Donc } AED \text{ et } BEC \text{ sont semblables.}$$

3) On a : $A\hat{D}E = B\hat{C}E$ deux angles iscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc $\overset{\frown}{AB}$

$A\hat{E}D = B\hat{E}C$ deux angles opposes par le sommet

$$\left.\begin{array}{l} AE = ED \\ A\hat{D}E = B\hat{C}E \\ A\hat{E}D = B\hat{E}C \end{array}\right\} \text{ Donc } ADE \text{ et } BCE \text{ sont isometriques.}$$