BAFDILI
VOUS AIDER À RÉSOUDRE TOUS LES PROBLÈMES LIÉS AUX MATHÉMATIQUES

DEVOIR 3 C CORRECTION

EXERCICE 1 :

1) **Calculer :** $A=1-\frac{16}{5}\times\frac{15}{8}\times\frac{1}{3}$; $B=\left(5\sqrt{0,4}\right)^2-\sqrt{121}$; $C=\left(\frac{2}{3}-1\right)^{53}\times(3)^{53}$

2) **Simplifier :** $D=1-\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$; $E=\sqrt{3}\times\sqrt{12}-\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2$; $F=\sqrt{27}+\sqrt{12}-5\sqrt{3}-1$

CORRECTION :

1) On a :

$A=1-\frac{16}{5}\times\frac{15}{8}\times\frac{1}{3}=1-\frac{16}{8}\times\frac{15}{5}\times\frac{1}{3}=1-2\times3\times\frac{1}{3}=1-2\times1=1-2=-1$

$B=\left(5\sqrt{0,4}\right)^2-\sqrt{121}=25\times0,4-11=10-11=-1$

$C=\left(\frac{2}{3}-1\right)^{53}\times(3)^{53}=\left(\frac{2-3}{3}\right)^{53}\times(3)^{53}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{53}\times(3)^{53}=\left(-\frac{1}{3}\times3\right)^{53}=(-1)^{53}=-1$

2) On a :

$D=1-\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=1-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=1-\sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$

$=1-\sqrt{7-3}=1-\sqrt{4}=1-2=-1$

$E=\sqrt{3}\times\sqrt{12}-\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2=\sqrt{36}-3-4=6-7=-1$

$F=\sqrt{27}+\sqrt{12}-5\sqrt{3}-1=\sqrt{9\times3}+\sqrt{4\times3}-5\sqrt{3}-1=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}-1=5\sqrt{3}-5\sqrt{3}-1=-1$

EXERCICE 2 :

1) **Donner l'écriture scientifique :** $G=0,025\times800000$; $H=16\times10^5\times5\times10^{-3}$

2) **Ecrire sous forme de puissance de base** 10 **:** $I=\frac{\left(10^{-2}\right)^{-4}\times10^7}{10^9\times10^3}$

3) **Simplifier :** $J=6\sqrt{6}+2\sqrt{24}-3\sqrt{54}$.

CORRECTION :

1) On a :

$G=0,025\times800000=25\times10^{-3}\times8\times10^5=200\times10^2=2\times10^4$

et $H=16\times10^5\times5\times10^{-3}=16\times5\times10^2=80\times10^2=8\times10^3$

2) On a :

$I=\frac{\left(10^{-2}\right)^{-4}\times10^7}{10^9\times10^3}=\frac{10^8\times10^7}{10^{9+3}}=\frac{10^{8+7}}{10^{9+3}}=\frac{10^{15}}{10^{12}}=10^{15-12}=10^3$

3) On a :

$J=6\sqrt{6}+2\sqrt{24}-3\sqrt{54}=6\sqrt{6}+2\sqrt{4\times6}-3\sqrt{9\times6}=6\sqrt{6}+4\sqrt{6}-9\sqrt{6}=\sqrt{6}$

EXERCICE 3 :

1) **Simplifier :** $K=\sqrt{0,3}\times\sqrt{1,2}$; $L=\left(2\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{7-\sqrt{3\sqrt{9}}}$

2) **Développer et simplifier :** $M=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{5}\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

3) **Factoriser :** $N=4-3x^2$

4) **On pose :** $J=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\sqrt{2}-\frac{5}{\sqrt{5}}$. **Montrer que** J **est un entier relatif.**

5) **On pose:** $K=\frac{0,015\times\left(10^4\right)^2}{300000}$. **Montrer que** K **est un entier naturel**

CORRECTION :

1) *On a* : $K=\sqrt{0,3}\times\sqrt{1,2}=\sqrt{0,3\times1,2}=\sqrt{36\times10^{-2}}=6\times10^{-1}=0,6$

$$L=\left(2\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{7-\sqrt{3\sqrt{9}}}=4\times2-\sqrt{7-\sqrt{3\times3}}=8-\sqrt{7-\sqrt{9}}=8-\sqrt{7-3}=8-\sqrt{4}=6$$

2) *On a* : $M=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{5}\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5\times3}+\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{15}-5=5-2\sqrt{15}+3+2\sqrt{15}-5=3$

3) *On a* : $N=4-3x^2=2^2-\left(x\sqrt{3}\right)^2=\left(2-x\sqrt{3}\right)\left(2+x\sqrt{3}\right)$

4) *On a* : $J=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\sqrt{2}-\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}+\sqrt{2}-\dfrac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$$=\frac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{5}}{5}=\frac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}=\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{5}=0$$

5) *On a* : $K=\dfrac{0,015\times\left(10^4\right)^2}{300000}=\dfrac{15\times10^{-3}\times10^8}{3\times10^5}=\dfrac{15\times10^5}{3\times10^5}=5$

EXERCICE 4 :

On pose :

$$P=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}\quad ; \quad L=\frac{1}{2-\sqrt{7}}+\frac{1}{2+\sqrt{7}}.$$

Montrer que $L+P$ ***est un entier naturel.***

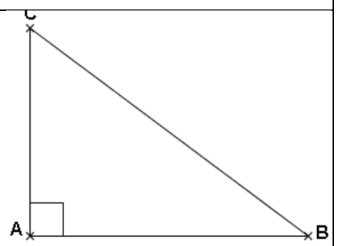
CORRECTION :

$$On\ a : P=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}=\frac{2+\sqrt{10}+5-\sqrt{10}}{5-2}=\frac{7}{3}$$

$$On\ a : L=\frac{1}{2-\sqrt{7}}+\frac{1}{2+\sqrt{7}}=\frac{\left(2+\sqrt{7}\right)+\left(2-\sqrt{7}\right)}{\left(2-\sqrt{7}\right)\left(2+\sqrt{7}\right)}=\frac{2+\sqrt{7}+2-\sqrt{7}}{4-7}=-\frac{4}{3}$$

$D'ou\ L+P=\dfrac{7}{3}-\dfrac{4}{3}=\dfrac{3}{3}=1$. *Donc* $L+P$ *est un nombre entier naturel.*

EXERCICE 5 :



ABC ***est un triangle rectangle en*** A ***tel que:*** $AC=5$ ***et*** $\cos ABC=\dfrac{1}{2}$.

1) ***Calculer*** BC ***et*** AB

2) ***Calculer :*** $\sin A\hat{C}B$ ***et*** $\tan A\hat{B}C$ **.**

CORRECTION:

1) *On a* : $\cos ABC=\dfrac{1}{2}=\dfrac{BA}{BC}$ *donc* $BC=2BA$ *D'aprés théorem directe de Pythagore nous avons* :

$BC^2=AB^2+AC^2$ *donc* $\left(2AB\right)^2=AB^2+AC^2$ *soit* $4AB^2=AB^2+AC^2$ *d'ou* $3AB^2=AC^2$

soit $AB^2=\dfrac{AC^2}{3}=\dfrac{5}{3}$ *alors* : $AB=\sqrt{\dfrac{5}{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ *et* $BC=2AB=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

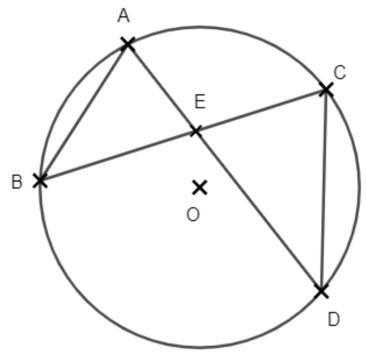
Calculons : $\sin A\hat{C}B$ *et* $\tan A\hat{B}C$.

On a : $\sin A\hat{C}B=\cos A\hat{B}C=\dfrac{1}{2}$ *et* $\tan A\hat{B}C=\dfrac{AC}{AB}=5\times\dfrac{3}{\sqrt{15}}=\dfrac{15}{\sqrt{15}}=\sqrt{15}$

EXERCICE 6 :

Dans le cercle (ζ) ***les cordes*** $[AB]$ *et* $[CD]$ ***ont même longueur.***

1) ***Démontrer que les triangles*** EAB et ECD ***sont isométriques.***
2) ***En déduire que*** (EO) ***est la médiatrice de*** $[BD]$.



CORRECTION :

1) *On a :* $AB = DC$, $BAE = DCE$ *deux angles inscrits dans le même cercle qui interceptent l'arc* BD .

$A\hat{B}E = D\hat{E}C$ *deux angles inscrits dans le même cercle qui interceptent l'arc* AC

Coclusion : $AB = DC$, $B\hat{A}E = D\hat{C}E$ *et* $A\hat{B}E = C\hat{D}E$ *Donc* EAB *et* ECD *sont isométriques*

2) *Montrons que :* $[OE]$ *est la médiatrice de* $[BD]$

On a : O est le centre du cercle (C) donc : $OD = OB$

Les triangles BAE *et* DCE *sont isométriqus donc :* $EB = ED$

Coclusion : $OD = OB$ *et* $EB = ED$ *donc* $[OE]$ *est la médiatrice de* $[BD]$