BAFDILI — VOUS AIDER À RÉSOUDRE TOUS LES PROBLÈMES LIÉS AUX MATHÉMATIQUES

TRIGONOMETRIE

SERIE 10 CORRECTION	3APIC

EXERCICE 1:

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB=\sqrt{6}$ *et* $AC=\sqrt{10}$

1) *Montrer que :* $BC=4$.
2) *Calculer les rapports trigonométriques de l'angle* $A\hat{B}C$.
3) *Calculer les rapports trigonométriques de l'angle* $A\hat{C}B$

CORECTION :

1) D'aprés théorem directe de Pythagore nous avons:

$BC^2=AB^2+AC^2$ soit $BC^2=\sqrt{6}^2+\sqrt{10}^2$ alors $BC^2=6+10$ d'ou $BC^2=16$ donc $BC=\sqrt{16}=4$.

2) On a: $\cos A\hat{B}C=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{6}}{4}$, $\sin A\hat{B}C=\frac{CA}{CB}=\frac{\sqrt{10}}{4}$ et $\tan A\hat{B}C=\frac{CA}{BA}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

3) On a: $\sin A\hat{C}B=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{6}}{4}$, $\cos A\hat{C}B=\frac{CA}{CB}=\frac{\sqrt{10}}{4}$ et $\tan A\hat{C}B=\frac{BA}{CA}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

EXERCICE 2:

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB=\sqrt{5}$ *et* $AC=\sqrt{3}$

1) *Montrer que :* $BC=2\sqrt{2}$.
2) *Calculer les rapports trigonométriques de l'angle* $A\hat{B}C$.
3) *Calculer les rapports trigonométriques de l'angle* $A\hat{C}B$

CORRECTION

1) D'aprés théorem directe de Pythagore nous avons:

$BC^2=AB^2+AC^2$ soit $BC^2=\sqrt{5}^2+\sqrt{3}^2$ alors $BC^2=5+3$

d'ou $BC^2=8$ donc $BC=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

2) On a: $\cos A\hat{B}C=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$, $\sin A\hat{B}C=\frac{CA}{CB}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ *et* $\tan A\hat{B}C=\frac{CA}{BA}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

3) On a: $\sin A\hat{C}B=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$, $\cos A\hat{C}B=\frac{CA}{CB}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$ *et* $\tan A\hat{C}B=\frac{BA}{CA}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

EXERCICE 3 :

1) *Soit x la mesure d'un angle aigu tel que :* $3\cos\alpha=\sqrt{3}$ *.Déterminer:* $\sin x$ *et* $\tan x$
2) *Determiner la valeur de :* $X=\left(2+cos^2a\right)\sqrt{2}-\left(1-sin^2a\right)\sqrt{2}$
3) *Calculer la valeur de R tel que :* $R=2cos^2 68°+sin^2 7°+2cos^2 22°+sin^2 83°$

CORRECTION:

1) *On a* : $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ *donc* : $\sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{1-\frac{3}{9}}=\sqrt{\frac{6}{9}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ *et* $\tan x=\sin x\times\frac{1}{\cos x}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

2) *On a* : $X=\left(2+\cos^2 a\right)\sqrt{2}-\left(1-\sin^2 a\right)\sqrt{2}=\left(2+\cos^2 a-1+\sin^2 a\right)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

3) *On a* : $68°+22°=90°$ *donc* $\sin 68°=\cos 22°$ *et* $7°+83°=90°$ *donc* $\sin 83°=\cos 7°$ *alors* :

$$R=2\cos^2 68°+\sin^2 7°+2\cos^2 22°+\sin^2 83°=2\cos^2 68°+2\sin^2 68°+\sin^2 7°+\cos^2 7°=2+1=3$$

EXERCICE 4:

1) *Soit* x *la mesure d'un angle aigu tel que :* $3\sin x = \sqrt{3}$. *Calculer :* $\sin x$ *et* $\tan x$

2) *Calculer la valeur de* S *tel que :* $S = \sin^2 75° + \sin^2 15°$.

3) *Soit* x *la mesure d'un angle aigu.*

4) *Simplifier* $E = 1 + \tan^2 x - \dfrac{1}{\cos^2 x}$:

CORRECTION :

1) *On a* : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ *soit* $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \dfrac{3}{9} = \dfrac{6}{9}$

donc $\cos x = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$ *et* $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \sin x \times \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{3}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2) *On a* : $S = \sin^2 75° + \sin^2 15°$ *puisque* $75° + 15° = 90°$ *alors* $\cos^2 75° = \sin^2 15°$

Donc : $S = \sin^2 75° + \sin^2 15° = \left(\sin^2 75° + \cos^2 75°\right) = 1$

3) *On a* :

$$E = 1 + \tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = 0$$

EXERCICE 5 :

1) ***Soit*** x ***la mesure d'un angle aigu tel que*** $\cos x = \dfrac{3\sqrt{2}}{5}$. ***Déterminer :*** $\sin x$ ***et*** $\tan x$

2) ***Soit*** α ***et*** β ***les mesures de deux angles tels que*** $\alpha + \beta = 90°$.

Calculer la valeur de A **:** $A = \cos\beta.\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\cos^2\beta - \dfrac{1}{2}\cos^2\alpha + \sin\beta\cos\alpha$

CORRECTION

1) *On a* : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ *soit* $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\dfrac{3\sqrt{2}}{5}\right)^2 = 1 - \dfrac{18}{25} = \dfrac{25-18}{25} = \dfrac{7}{25}$

donc $\sin x = \dfrac{\sqrt{7}}{5}$ *et* $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = \sin x \times \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{\sqrt{7}}{5} \times \dfrac{5}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{6}$

3) *On a* : $\alpha + \beta = 90°$ *donc* : $\cos\alpha = \sin\beta$ *et* $\sin\alpha = \cos\beta$

$$A = \cos\beta.\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos^2\beta - \frac{1}{2}\cos^2\alpha + \sin\beta.\cos\alpha = \cos\beta.\cos\beta - \frac{1}{2}\cos^2\beta - \frac{1}{2}\cos^2\alpha + \cos\alpha.\cos\alpha$$

$$= \cos^2\beta - \frac{1}{2}\cos^2\beta - \frac{1}{2}\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{1}{2}\cos^2\beta + \frac{1}{2}\cos^2\alpha = \frac{1}{2}\cos^2\beta + \frac{1}{2}\sin^2\beta = \frac{1}{2}$$