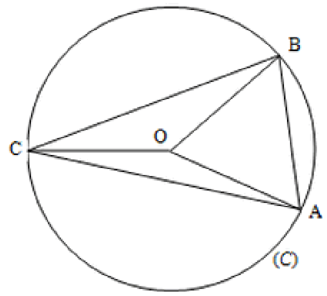
ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRIT DANS UN CERCLE

SERIE 11 CORRECTION — 3APIC

EXERCICE 1 :



Dans la figure ci-contre : ABC ***est un triangle inscrit dans un cercle*** (C) ***de centre*** O ***.***

Sachant que $B\hat{O}A = 50°$ ***et*** $B\hat{O}C = 150°$ ***. Déterminer les mesures des angles du triangle*** ABC ***.***

CORRECTION :

Hypothèse :

A, B et sont des points distincts du cercle (C) *de centre O.*

Les angles $B\hat{O}A$ *et* $B\hat{C}A$ *interceptent le même arc.*

Conclusion :

$$B\hat{O}A = 2B\hat{C}A \text{ d'où } 2B\hat{C}A = 50° \text{ d'où } B\hat{C}A = \frac{1}{2}\times 50° \text{ soit } B\hat{C}A = 25°$$

Hypothèse :

A, B et sont des points distincts du cercle (C) *de centre O.*

Les angles $B\hat{O}C$ *et* $B\hat{A}C$ *interceptent le même arc.*

Conclusion :

$$B\hat{O}C = 2B\hat{A}C \text{ d'où } 2B\hat{A}C = 150° \text{ d'où } B\hat{A}C = \frac{1}{2}\times 150° \text{ soit } B\hat{A}C = 75°$$

Hypothèse :

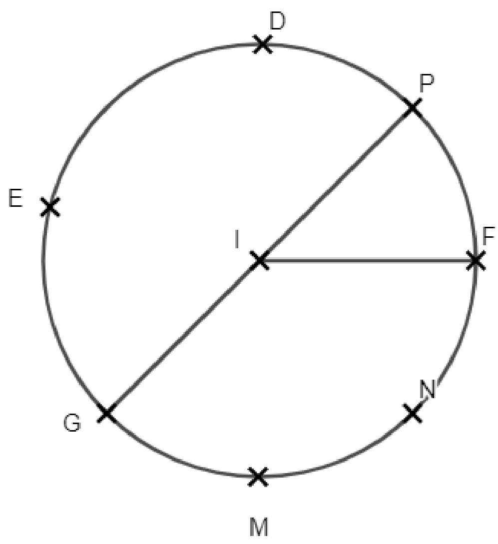
Dans le triangle ABC, $BCA = 25°$ *et* $BAC = 75°$.

Conclusion :

$$B\hat{C}A + B\hat{A}C + A\hat{B}C = 180° \text{ soit } 25 + 75 + A\hat{B}C = 180° \text{ alors } 25 + 75 + A\hat{B}C = 180°$$

$$100 + A\hat{B}C = 180° \text{ d'où } A\hat{B}C = 150° - 100° \text{ d'où } A\hat{B}C = 80°.$$

EXERCICE 2 :



On considère la figure ci-contre dans laquelle :

Les points E, D, P, F, N, M ***et*** G ***appartiennent au cercle de centre*** I ***.***

Le segment $[GP]$ ***est un diamètre du cercle.***

1) ***Démontrer que la mesure de l'angle*** $G\hat{E}F$ ***est égale à celle de l'angle*** $G\hat{D}F$ ***. Quelle est cette mesure ? Justifier.***
2) ***Démontrer que la mesure de l'angle*** $G\hat{E}P$ ***est égale à celle de l'angle*** $G\hat{M}P$ ***. Quelle est cette mesure ? Justifier.***
3) ***Démontrer que la mesure de l'angle est égale à celle de l'angle*** $G\hat{N}F$ ***. Calculer la mesure de*** $G\hat{M}F$ ***. Justifier.***

CORRECTION :

1) *Dans le cercle,* $G\hat{E}F$ *et* $G\hat{D}F$ *sont deux angles inscrits interceptant le même arc GF*
Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.

Donc : $G\hat{E}F = G\hat{D}F$ *Dans le cercle,* $G\hat{I}F$ *est l'angle au centre associé aux angles inscrits* $G\hat{E}F$ *et* $G\hat{D}F$ *. De plus* $G\hat{I}F = 120°$*. Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé. Donc :* $G\hat{E}F = G\hat{D}F = \frac{1}{2}G\hat{I}F = \frac{1}{2}\times 120° = 60°$

2) *Les triangles* $G\hat{E}P$ *et* $G\hat{M}P$ *sont inscrits dans le cercle de diamètre* $[GP]$
Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et si l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.

Donc : $G\hat{E}P$ *et* $G\hat{M}P$ *sont deux triangles rectangles respectivement en E et M.*

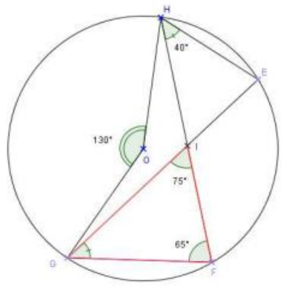
On en déduit que $G\hat{E}P = G\hat{M}P = 90°$

3) *Dans le cercle,* $G\hat{M}F$ *et* $G\hat{N}F$ *sont deux angles inscrits interceptant le grand arc* $\overset{\frown}{GF}$*.*
Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure. Donc : $G\hat{M}F = G\hat{N}F$

$G\hat{I}F = 360° - G\hat{I}F = 360° - 120° = 240°$

Dans le cercle, $G\hat{I}F$ *est l'angle au centre associé aux angles inscrits* $G\hat{M}F$ *et* $G\hat{N}F$ *.*
Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé. Donc $G\hat{M}F = G\hat{N}F = \frac{1}{2}G\hat{I}F = \frac{1}{2}\times 240° = 120°$

EXERCICE 3 :



Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G ***et*** H ***sont sur le cercle*** (C) ***de centre*** O.
Les droites (FH) ***et*** (EG) ***sont sécantes au point*** I. $H\hat{O}G = 130°$ ***et*** $E\hat{H}F = 40°$
Calculer la mesure de chaque angle du triangle FGI. ***Justifier chaque réponse.***

CORRECTION :

Calcul de $H\hat{F}G$ *:*

Dans le cercle (C)*,* $H\hat{O}G$ *est l'angle au centre associé à l'angle inscrit* $H\hat{F}G$ *et* $H\hat{O}G = 130°$.
Or, dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé. Donc : $H\hat{F}G = \frac{1}{2}\times H\hat{O}G = \frac{1}{2}\times 130° = 65°$

Calcul de $E\hat{G}F$ *:*

Dans le cercle (C)*,* $E\hat{G}F$ *et* $E\hat{H}F$ *sont deux angles inscrits interceptant l'arc* $\overset{\frown}{EF}$
et $E\hat{H}F = 40°$ *Or, dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure. Donc :* $E\hat{G}F = E\hat{H}F = 40°$

Calcul de $F\hat{I}G$ *: Dans le triangle FIG,* $F\hat{I}G + F\hat{G}I + I\hat{F}G = 180°$

$F\hat{I}G + 40° + 65° = 180°$ soit $F\hat{I}G + 105° = 180°$ alors $F\hat{I}G = 180° - 105° = 75°$