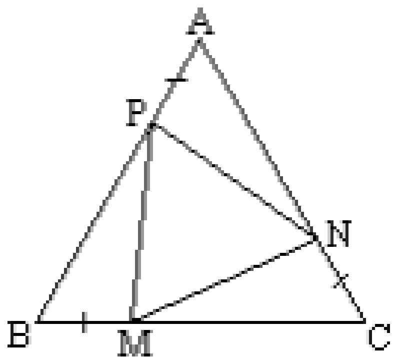
TRIANGLES ISOMETRIQUES	
SERIE12 CORRECTION	3APIC

EXERCICE 1 :



ABC ***est un triangle équilatéral,*** M, N, P ***sont des points de*** $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ ***tels que*** $BM = CN = AP$.

1) ***Démontrer que les triangles*** BMP, CNM ***et*** NAP ***sont isométriques deux à deux.***
2) ***En déduire que*** MNP ***est équilatéral.***

CORRECTION :

1)*Démontrer que les triangles BMP, CNM et NAP sont isométriques deux à deux.*

ABC équilatéral : $BC = AC = AB$ et $A\hat{B}C = 60°$

hypothèse : $BM = CN = AP$, par soustraction : $MC = AN = PB$,

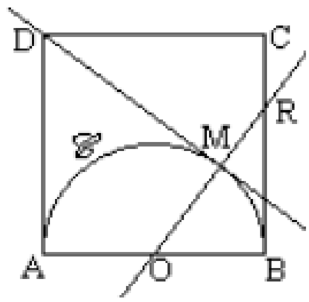
Donc : BMP, CNM et NAP sont isométriques (cas n°3 : 2 cotes egaux chacun à chacun et l'angle formé par les 2 cotés)

2)*En déduire que MNP est équilatéral.*

Déduction : les trois cotes sont égaux chacun à chacun : $PM = MN = NP$

Donc : MNP est équilatéral

EXERCICE 2 :



$ABCD$ ***est un carré,*** (DM) ***est tangente au cercle*** (C) ***de diamètre*** $[AB]$.

1. Démontrer que les triangles OAD ***et*** OMD ***sont isométriques.***

2. Démontrer que les triangles DMR ***et*** DCR ***sont isométriques. En déduire la nature du triangle*** CMR ***.***

CORRECTION :

$ABCD$ est un carré, (DM) est tangente au cercle (C) de diamètre $[AB]$.

1) *Démontrons que les triangles OAD et OMD sont isométriques.*

$A\hat{O}D = O\hat{M}D = 90°$ (angle du carré et tangente), $[OD]$ est côté commun, $OA = OM =$ rayon

Dans un triangle rectangle, si je connais deux côtés, je peux calculer le troisième

$AD = \sqrt{OD^2 - AO^2} = MD = \sqrt{OD^2 - MO^2} =$ côté du carré. Donc : les triangles OAD et OMD sont isométriques.

2) *Démontrer que les triangles DMR et DCR sont isométriques.*

On a (question ci-dessus) : $MD =$ côté du carré $DC = DR$ est cote commun

Même raisonnement que ci-dessus : les deux triangles rectangles ont deux cotés égaux :

donc le troisième cote est égal chacun a chacun : $MR = CR$

$R\hat{C}D = R\hat{M}D = 90°$ (angle du carré et tangente)

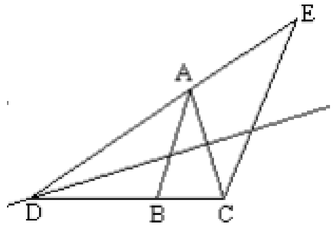
Les triangles DMR et DCR sont isométriques .

3) *En déduire la nature du triangle CMR.*

Ci-Dessus on a montré que $MR = CR$, alors CMR est isocele en R.

EXERCICE 3 :

ABC est un triangle isocèle en A. La médiatrice de [AC] coupe la droite (BC) en D. Le point E de la droite (AD) est tel que AE = BD.



1) ***Démontrer que les triangles ABD et ACE sont isométriques.***
2) ***En déduire que le triangle CDE est isocèle.***

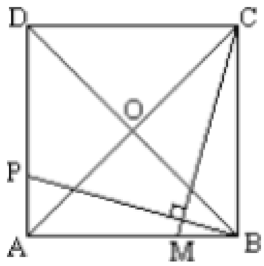
CORRECTION :

1) Les triangles ABD et ACE sont égaux car $AE = BD$ et $AC = AB$ et $AD = CE$.
Ainsi, les longueurs de tous les côtés des triangles ABD et ACE sont égales, et donc les deux triangles sont égaux.

2) Étant donné que les triangles ABD et ACE sont égaux (d'après la réponse 1), les angles correspondants de ces triangles sont égaux. Par conséquent, les angles $A\hat{C}D$ et $B\hat{C}D$ (car $A\hat{C}E$ est égal à $A\hat{B}D$) sont égaux.
De plus, comme $[AC]$ est commun, le triangle CDE est isocèle, avec les côtés CD et CE de longueurs égales et les angles $A\hat{C}D$ et $B\hat{C}D$ égaux, ce qui en fait un triangle isocèle.

EXERCICE 4 :

ABCD est un carré de centre O, M un point de [AB].
On mène par B la perpendiculaire à (CM) qui coupe (AD) en P.



1) a) ***Démontrer que*** $B\hat{C}M = A\hat{B}P$.
   b) ***En déduire que les triangles MCB et ABP sont isométriques et que*** $MB = AP$.
2) a) ***Démontrer que les triangles OMB et OPA sont isométriques.***
   b) ***En déduire que le triangle POM est rectangle et isocèle.***

CORRECTION :

1) a) *Démontrons que* $B\hat{C}M = A\hat{B}P$

$D\hat{C}M = B\hat{M}C$ *(Angles alternes-internes)*

$B\hat{C}M = 90° - B\hat{M}C$ *et* $A\hat{B}P = 90° - B\hat{M}C$ *donc* $B\hat{C}M = A\hat{B}P$

b) *En déduire que les triangles* MCB *et* ABP *sont égaux et que* $MB = AP$.

On a : $AB = BC$ et $B\hat{C}M = A\hat{B}P$; $M\hat{B}C = P\hat{A}B = 90°$ (1)

Donc d'après la propriété du cours :

Si deux triangles ont un côté compris entre deux angles de même mesure alors ces deux triangles sont égaux, donc en effet; d'après (1) les deux triangles MCB *et* ABP *sont égaux d'après la conséquence des triangles égaux on en déduit que* $MB = AP$.

2.) a) *Démontrons que les triangles* OMB *et* OPA *sont égaux.*

$OB = OA$; $MB = AP$ *donc* $OP = OM$ *donc les deux triangles sont égaux*

b) *En déduire que le triangle* POM *est isocèle.*

Comme $OP = OM$ *donc* POM *est isocèle en* O