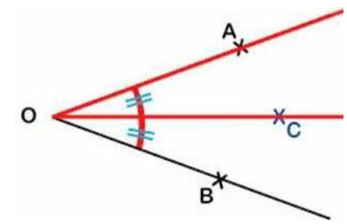
BISSECTRICES ET HAUTEURS D'UN TRIANGLE

I. Bissectrice

1) Définition

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

2) Exemple :



Dans la figure ci-contre on a :

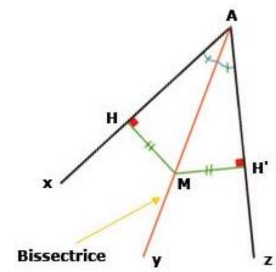
La demi-droite $[OC)$ est la bissectrice de l'angle $A\hat{O}B$ donc :

$$A\hat{O}C = C\hat{O}B = \frac{1}{2} A\hat{O}B$$

3) Propriété :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

4) Exemple :



Dans la figure ci-contre on a :

La demi-droite $[Ay)$ est la bissectrice de l'angle $H\hat{A}H'$, donc :

Le point M appartient à la bissectrice de l'angle $H\hat{A}H'$, donc $MH = MH'$

II. Bissectrice d'un triangle :

1) Définition

Une bissectrice d'un triangle est une bissectrice de l'un de ses angles.

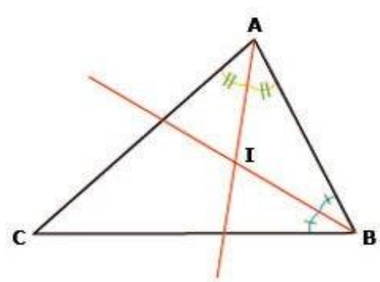
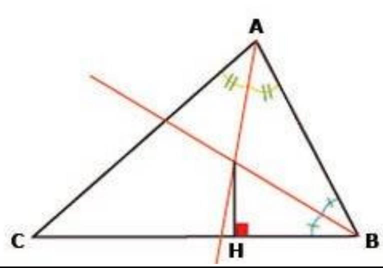
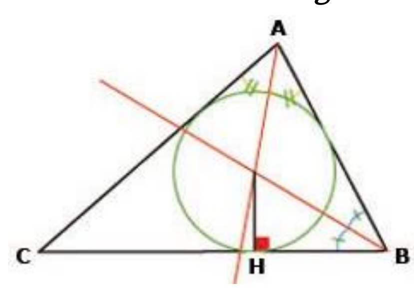
2) Propriété :

Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre du cercle inscrit au triangle.

3) Remarque

Pour obtenir le centre du cercle inscrit, il suffit de tracer deux bissectrices du triangle (il n'est pas nécessaire de tracer la 3ème bissectrice : les 2 premières détermineront le point d'intersection)

Cette propriété permet de tracer facilement le cercle inscrit à un triangle :

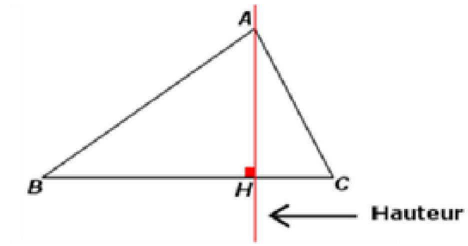
1ère étape :	2ème étape :	3ème étape :
on trace 2 bissectrices dans le triangle ABC. Leur point d'intersection est le point I. 	on trace la perpendiculaire à un des côtés du triangle passant par I. Elle coupe ce côté en H : 	on trace le cercle de centre I et de rayon IH, c'est-à-dire le cercle inscrit au triangle ABC. 

III. Hauteurs d'un triangle

1) Définition

> *La hauteur d'un triangle est la droite qui passe par l'un des sommets de ce triangle et perpendiculaire au support de côté opposé à ce sommet.*

2) Exemple :



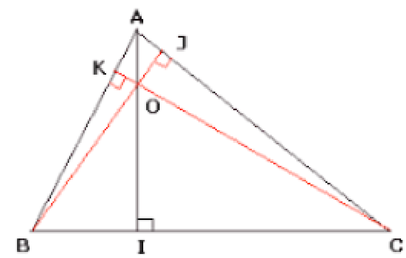
Dans la figure ci-contre :

(AH) *est la hauteur issue du sommet* A

3) Propriété

a) Exemple :

ABC *est un triangle quelconque, on a tracé les trois hauteurs.*
I *est le pied de la hauteur issue de* A *.*
J *est le pied de la hauteur issue de* B *.*
K *est le pied de la hauteur issue de* C *.*
On remarque que les trois hauteurs sont concourantes en un point O *.*
Ceci est vrai pour n'importe quel triangle, on admet donc la propriété suivante :



b) Propriété

> *Les trois hauteurs d'un triangle sont concou - rantes. Leur point d'intersection est le l'orthocentre du triangle.*

c) Cas particuliers :

L'orthocentre d'un triangle rectangle est le sommet de l'angle droit.	*L'orthocentre d'un triangle a un angle obtus existe à l'extérieur de ce triangle.*