

PROPORTIONNALITE



I- Situation de proportionnalité

1) Tableau de proportionnalité

a) Définition :

Un tableau est dit de proportionnalité lorsqu'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant par le même nombre ; ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

b) Exemples :

Un tableau traduit une situation de proportionnalité lorsque l'on obtient les nombres de la première ligne en multipliant les nombres correspondants de la deuxième ligne par un même nombre.

	2	3	4	5	6	7	8
	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20

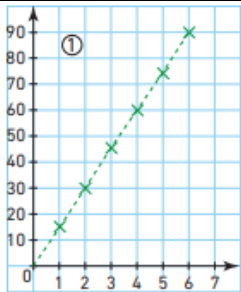
Diagram showing multiplication by 2,5 from the second row to the first row, and division by 2,5 from the first row to the second row.

Un tableau traduit une situation de proportionnalité lorsque l'on obtient les nombres de la deuxième ligne en multipliant les nombres correspondants de la première ligne par un même nombre.

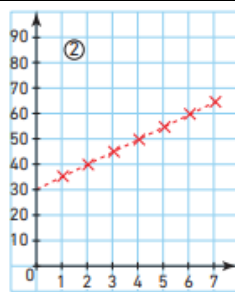
2) Graphique de proportionnalité

Si les points du graphique sont alignés avec l'origine, alors on est dans une situation de proportionnalité.

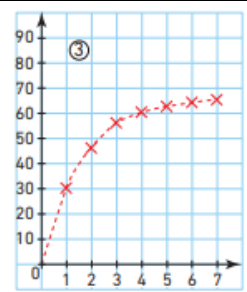
Exemples



Le graphique ① représente une situation de proportionnalité car les points sont alignés avec l'origine du repère.



Le graphique ② ne représente pas une situation de proportionnalité car les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère.



Le graphique ③ ne représente pas une situation de proportionnalité car les points ne sont pas alignés.

3) Quatrième proportionnelle

Dans un tableau de proportionnalité, si on connaît trois valeurs sur quatre, alors on peut calculer la quatrième appelée quatrième proportionnelle.

Si le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité, alors on a l'égalité des produits en croix : $a \times d = b \times c$.

a	c
b	d

L'égalité des produits en croix permet de calculer une quatrième proportionnelle sans utiliser le coefficient de proportionnalité lorsqu'on connaît les trois autres valeurs.

Exemples :

Dans le tableau de proportionnalité ci-contre, on a :

$$250 \times x = 150 \times 400 \text{ . Donc } x = \frac{150 \times 400}{250} \text{ , d'où } x = 240 \text{ .}$$

250	400
150	x

Quatrième proportionnelle \rightarrow

II- Applications :

1) Calculer avec des vitesses :

a) Définition :

La vitesse moyenne d'un objet mobile sur un trajet est la vitesse que cet objet aurait en parcourant

la même distance pendant la même durée à vitesse constante.

b) Exemple

Un train roule 3 h 30 min à la vitesse moyenne de 150 km/h.

3 h 30 min = 210 min et 150 km/h correspond à un trajet de 150 km en 60

minutes. $\frac{210 \times 150}{60} = 525$. Le train a parcouru 525 km

Distance (en km)	150	?
Durée (en min)	60	210

2) Calculer avec des échelles

a) Définition :

Sur un plan dit « à l'échelle », les longueurs sont proportionnelles aux longueurs réelles. Le coefficient obtenu en divisant les longueurs de la carte par les longueurs réelles, toutes exprimées dans la même unité, s'appelle échelle du plan.

b) Exemple

Le dessin ci-contre est à l'échelle 3. Cela signifie que les dimensions de la coccinelle sont 3 fois plus petites dans la réalité que sur le dessin où elle mesure 2,1 cm.



Longueur réelle (en cm)	1	x
Longueur sur le dessin (en cm)	3	2,1

$\frac{1}{3} = \frac{x}{2,1}$ soit $x = \frac{2,1}{3} = 0,7$. Dans la réalité, la coccinelle mesure 7 mm.

3) Pourcentage :

a) Propriété :

Un pourcentage de t % traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$.

Donc appliquer un taux de t % revient à multiplier par $\frac{t}{100}$.

b) Exemple

Dans une classe de 30 élèves, 60 % des élèves pratiquent un sport.

On calcule $30 \times \frac{60}{100} = 18$. Il y a donc 18 élèves sportifs dans la classe

c) Déterminer un pourcentage :

1- Définition :

Déterminer un pourcentage, c'est déterminer une proportion écrite sous forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

2- Exemple :

Sur 550 élèves, 231 sont externes. D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$550 \times x = 231 \times 100$. Donc $x = \frac{231 \times 100}{550} = 42$.

Il y a donc 42 % d'externes dans ce collège.

4) Mouvement uniforme

a) Définition

Un mouvement uniforme est un déplacement pour lequel la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours : $d = v \times t$

Le coefficient de proportionnalité est la vitesse.

b) Exemple

Une voiture roule pendant 3h à 69 km/h.

Calculons la distance parcourue.

Réponse : On a ; $d = v \times t$ alors $d = 3 \times 69 = 207$ km