

# LA RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF

## I. DEFINITION :

### 1) Définition :

Soit  $a$  un nombre positif.

On appelle Racine Carrée de  $a$  noté  $\sqrt{a}$

Le nombre positif dont le carré est  $a$  :  $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$

### 2) Notation: Si $a$ est un nombre positif alors $a = b^2$ signifie $b = \sqrt{a}$

On dit :  $\sqrt{\quad}$  radical  $a$  radicaude

### 3) Exemple : $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ ; $\sqrt{-9}$ n'a pas de sens car $-9$ est un nombre négatif

### 4) Exercice:

Compléter le tableau :

$\sqrt{25} =$	$;$	$\sqrt{81} =$	$;$	$\sqrt{0} =$	$;$	$\sqrt{7} \approx$	$;$	$\sqrt{121} =$
$\sqrt{144} =$	$;$	$\sqrt{49} =$	$;$	$\sqrt{1} =$	$;$	$\sqrt{0,36} =$		

### Reponse :

$\sqrt{25} = 5$	$;$	$\sqrt{81} = 9$	$;$	$\sqrt{0} = 0$	$;$	$\sqrt{7} \approx 2,64$	$;$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{144} = 12$	$;$	$\sqrt{49} = 7$	$;$	$\sqrt{1} = 1$	$;$	$\sqrt{0,01} = 0,1$	$;$	$\sqrt{0,36} = 0,6$

### Il faut connaître par cœur les carrés parfaits

$a$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20
$a^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	400

## II. OPERATIONS SUR LES RACINES CARREES

### 1) Propriétés:

$a$  et  $b$  sont deux nombres positifs :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad ; \quad \sqrt{a \times b \times c} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ avec } b \neq 0$$

### 2) Exemples et exercices:

a) Simplifier :  $A = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$  ;  $B = \sqrt{20} + \sqrt{45}$  ;  $C = \sqrt{0,0625}$

b) Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers avec  $b$  le plus petit possible :

$$X = \sqrt{50} \quad ; \quad T = X + Y - Z \quad ; \quad Z = \sqrt{72} \quad ; \quad Y = \sqrt{8}$$

c) Donner le résultat sous la forme la plus simple possible:

$A = \sqrt{\frac{25}{16}}$	$B = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$	$C = \sqrt{\frac{4}{49}}$	$D = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{125}{9}}$
----------------------------	----------------------------------	---------------------------	---

### Reponse :

a) Simplification :  $A = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3 \times 6} = \sqrt{36} = 6$  ;  $B = \sqrt{20} + \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$   
 $C = \sqrt{0,0625} = \sqrt{625 \times 10^{-4}} = 25 \times 10^{-2}$

b) Ecrivons sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers avec  $b$  le plus petit possible :

$X = \sqrt{50}$ $= \sqrt{25 \times 2}$ $= 5\sqrt{2}$	$Y = \sqrt{8}$ $= \sqrt{4} \times \sqrt{2}$ $= 2\sqrt{2}$	$Z = \sqrt{72}$ $= \sqrt{36} \times \sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2}$	$T = X + Y - Z$ $= 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$ $= \sqrt{2}$
--	---	---	--

c) *Donnons le résultat sous la forme la plus simple possible:*

$A = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$	$B = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = \sqrt{16} = 4$	$C = \sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{2}{7}$
$D = \sqrt{\frac{36}{5}} \times \sqrt{\frac{125}{9}} = \sqrt{\frac{36}{5} \times \frac{125}{9}} = \sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = 10$		

### III. RENDRE RATIONNEL LE DENOMINATEUR :

#### 1) Propriété :

*a et b sont deux nombres distincts positifs non nuls:*

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \text{et} \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

#### 2) Exemple 1 : $A = \frac{5}{\sqrt{3}}$

*Pour rendre rationnel (plus exactement entier ici) le dénominateur, on a multiplié le numérateur et le dénominateur du quotient par  $\sqrt{3}$  ce qui a permis de se débarrasser de la racine carrée au dénominateur.*  $A = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$$B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3} \quad ; \quad C = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{2 \times \sqrt{14}}{\sqrt{14} \times \sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{14} = \frac{\sqrt{14}}{7} \quad ; \quad D = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{7}} = \sqrt{2}$$

#### Exemple 2 : $E = \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$

*Dans ce deuxième exemple, multiplier par  $\sqrt{7}$  ou  $\sqrt{3}$  le numérateur et le dénominateur, n'aura aucune incidence sur le changement de nature du dénominateur, ici il faut multiplier par l'expression conjuguée de  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})$  qui est  $(\sqrt{7} + \sqrt{3})$*

*On utilise en fait l'identité remarquable :  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ .*

$$E = \frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{5 \times (\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{5 \times (\sqrt{7} + \sqrt{3})}{\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{5(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{7 - 3} = \frac{5(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4}$$