COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Bafdili.com — Cours de maths BAFDILI — LE COMMENCEMENT EST LA MOITIÉ DE TOUT

I. LES REPERES :

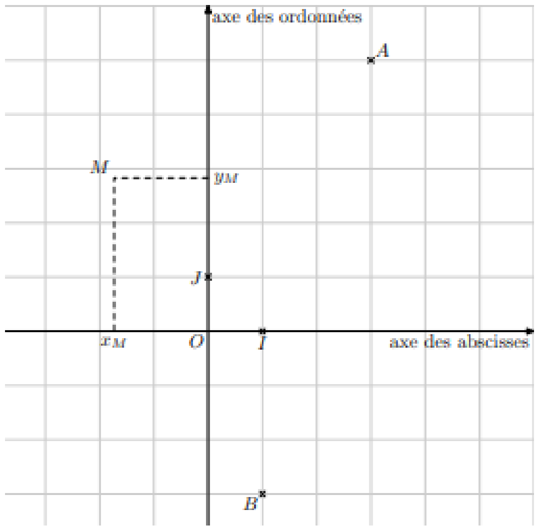
1) Définition

Un repère du plan est défini par trois points non alignés $(O;I;J)$ Le point O est l'origine du repère, la droite (OI) est appelée l'axe des abscisses, la droite (OJ) (OJ) est appelée l'axe des ordonnées.

2) Cas particuliers :

Si $OI = OJ$ et $(OI) \perp (OJ)$ *alors le repère est dit orthonormé (ou orthonormal) .*

- *le point O est l'origine du repère* $(O;I;J)$
- *la droite orientée* (OI) *est l'axe des abscisses et la distance* OI *donne l'unité sur cet axe .*
- *la droite orientée* (OJ) *est l'axe des ordonnées et la distance* OJ *donne l'unité sur cet axe.*



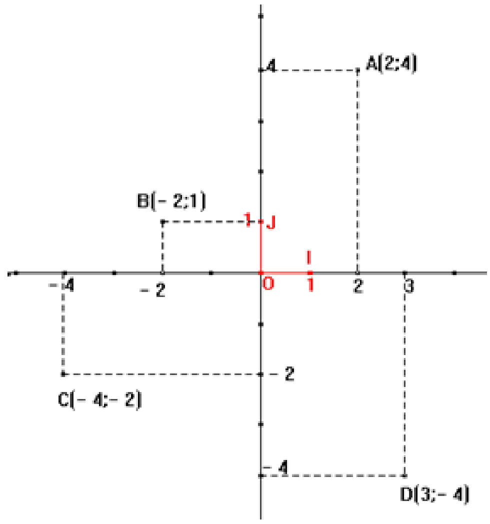
3) Coordonnées d'un point:

a) Definition :

Repérer un point M *dans un repère* $(O;I;J)$, *c'est donner l'unique couple de nombres réels* $(x_M ; y_M)$ *appelé coordonnées du point* M *. Le nombre* x_M *est l'abscisse du point* M *et le nombre* y_M *est l'ordonnée du point* M *, On note :* $M(x_M ; y_M)$

b) Exemple :

Dans la figure ci-contre on a :
$A(2;4)$, $B(-2;1)$, $C(-4;-2)$ *et* $D(3;-4)$



c) Remarque :

- *Dans un repère* $(O;I;J)$, *On a* $O(0;0)$, $I(1;0)$ *et* $J(0;1)$.
- *Si M est un point de* (OI) *alors :* $M(x_M ; 0)$.
- *Si M est un point de* (OJ) *alors :* $M(0; y_M)$.

4) Milieu et longueur d'un segment

a) Propriété :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ *étant donné deux points* $A(x_A ; y_A)$ *et* $B(x_B ; y_B)$, *M le milieu du segment* $[AB]$ *a pour coordonnées* $M(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2})$.

b) Exemple

Dans un repère $(O;I;J)$, *on considère les points* $E(3;4)$ *et* $F(-1;2)$. *Calculer les coordonnées du point* P *milieu de* $[EF]$:

$$\begin{cases} x_P = \dfrac{x_E + x_F}{2} = \dfrac{3-1}{2} = 1 \\ y_P = \dfrac{y_E + y_F}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3 \end{cases} \quad \text{D'où } P(1;3).$$

II _ COORDONNE D'UN VECTEUR:

1) Propriété :

> *Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ étant donné deux points $A(x_A\ ;y_A)$ et $B(x_B\ ;y_B)$ alors, $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A;\ y_B - y_A)$*

2) Exemple :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ étant donné deux points :

$A(-2;3)$ *et* $B(1;-5)$.

On a: $\begin{cases} x_B - x_A = 1-(-2) = 1+2 = 3 \\ y_B - y_A = -5-3 = -8 \end{cases}$ *D'où* $\overrightarrow{AB}(3;-8)$.

3) Longueur d'un segment

a) Propriété

> *Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé :*
>
> *Si* $A(x_A;y_A)$ *et* $B(x_B;y_B)$, *alors :* $AB=\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

b) Exemple :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé :

Soit $A(1;3)$ *et* $B(2,2)$.

Alors: $AB=\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

4) Egalite de deux vecteurs :

a) Propriété :

> *Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ étant donné $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs non nuls*
>
> $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ *signifies que:* $y_B - y_A = y_D - y_C$ *et* $x_B - x_A = x_D - x_C$

b) Exemple :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ étant donné les points

$A(3;3)$,$C(-2;-2)$ *et* $B(1;-4)$

Déterminons les coordonnes de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

$ABCD$ *parallélogramme donc:* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Soit : $\begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases}$ soit $\begin{cases} 1-3 = -2 - x_D \\ -4-3 = -2 - y_D \end{cases}$ d'ou $\begin{cases} x_D = -2-1+3 = 0 \\ y_D = -2+4+3 = 5 \end{cases}$ *donc :* $D(0;5)$

4) Coordonnes d'une somme de deux vecteurs:

a) Propriété :

> *Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ étant donné $\overrightarrow{AB}(a;b)$ .et $\overrightarrow{CD}(c;d)$*
>
> *deux vecteurs non nuls:*
>
> *Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ sont :* $a+c$ *et* $b+d$, *On écrit :* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(a+c\ ;b+d)$

b) Exemple :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ *étant donné*

$\vec{u}(-2;3)$ *et* $\vec{v}(2;-4)$.

Determinons les coordonnées du vecteur : $\vec{u}+\vec{v}$.

On a : $\vec{u}+\vec{v}(-2+2\,;3-4)$ *d'ou :* $\vec{u}+\vec{v}(0\,;-1)$

5) Coordonnées du produit d'un vecteur par un réel :

a) Propriété :

> *Dans un plan muni d'un repère* $(O;I;J)$ *étant donné :*
>
> $\overrightarrow{AB}(a;b)$ *et* k *un nombre réel non nul les coordonnées du vecteur* $k.\overrightarrow{AB}$ *sont :* $k.a$ *et* $k.b$
>
> *On écrit :* $k.\overrightarrow{AB}(k.a\,;k.b)$

b) Exemple :

Dans un plan muni d'un repère $(O;I;J)$ *étant donné :* $\vec{u}(5;-3)$ *alors :* $\frac{1}{2}\vec{u}\left(\frac{5}{2};\frac{-3}{2}\right)$.