EQUATION REDUITE D'UNE DROITE

I. EQUATION REDUITE D'UNE DROITE :

1) Définition :

Dons le plan rapporté a un repere orthonormé, chaque droite (Δ) non parallele a l'axe des ordonnées admet une équation réduite de cla forme $y = mx + p$.

On ecrit: $(\Delta): y = mx + p$.

- *Le nombre réel m est appelé: le coeficient directeur (ou la pente) de la droite (Δ)*
- *Le nombre réel p est appelé: l'ordonné à l'origine de la droite (Δ).*

2) Exemple :

Soit une droite d'équation réduite $y = \frac{2}{3}x + 4$

- *Lecoeficient directeur (ou pente) de (D) est $\frac{2}{3}$.*
- *L'ordonné a l'origine de la droite (D) est 4.*

3) Remarque :

- $y_A = mx_A + p$ ***alors*** A ***est un point de*** (Δ).
- ***Si*** A ***est un point de*** (Δ) ***alors*** $y_A = mx_A + p$.

Soit (Δ) une droite d'équation $y = -3x + 2$. Tracer la droite (Δ) dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

4) Cas particuliers :

Tout droite qui a pour équation $y = a$ est parallèle à l'axe des abscisse et passe par le point de coordonnées $(0; a)$.

Tout droite qui a pour équation $x = p$ est paralléle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(b; 0)$.

5) Coeficient directeur d'une droite (ou pente):

a) Proprieté :

Dons le plan rapporté a un repere orthonormé.

Si: $y = mx + p$ est une équation reduite de la droite (AB)

Alors $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ avec $x_A \neq x_B$ aussi $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

b) Exemple :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on concedére les points $A(5;1)$ et $B(2;-3)$.

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

Reponse : Soit $(AB): y = mx + p$ ***alors*** $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3-1}{2-5} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ ***et*** $(AB): y = \frac{4}{3}x + p$

Calculons p ***:*** A ***est un point de*** (AB) ***donc*** $\frac{4}{3}x_A + p = y_A$ soit $p = y_A - \frac{4}{3}x_A = 1 - \frac{4}{3} \times 5 = -\frac{17}{3}$

Donc $(AB): y = \frac{4}{3}x - \frac{17}{3}$.

II _ DROITES PARALLELES ET DROITES PERPENDICULAIRES:

1) Droites parallèles :

a) Proprieté :

Soient m *et* m' *les coefficients respectifs des droites* (D) *et* (Δ).

Si : $m = m'$ *alors :* $(D) \parallel (\Delta)$

Si : $(D) \parallel (\Delta)$ *alors :* $m = m'$

b) Exemple :

Soit le plan rapporté a un repere orthonormé $(O;I;J)$.

Déterminer l'équation reduite de la droite (D) *qui passe par* $A(2;3)$ *est paralléle à la droite* $(\Delta): y = 2x - 1$.

Reponse:

Soit : $(D): y = mx + p$, $(D) \parallel (\Delta)$ *donc* $(D): y = 2x + p$

Calculons p *:* (D) *passe par* $A(2;3)$ *donc* $2x_A + p = y_A$ soit $4 + p = 3$ d'ou $p = 3 - 4 = -1$

Donc $(D): y = 2x - 1$.

2) Droites perpendiculaires :

a) Propriété :

Soient m *et* m' *les coefficients respectifs des droites* (D) *et* (Δ).

Si : $m \times m' = -1$ *alors :* $(D) \perp (\Delta)$

Si : $(D) \perp (\Delta)$ *alors :* $m \times m' = -1$

b) Exemple :

Soit le plan rapporté a un repere orthonormé $(O;I;J)$.

Déterminer l'équation reduite de la droite (D) *qui passe par* $A(2;3)$ *est perpendiculaire à la droite* $(\Delta): y = 2x - 1$.

Reponse:

Soit : $(D): y = mx + p$, $(D) \perp (\Delta)$ *donc* $(D): y = -\frac{1}{2}x + p$

Calculons p *:* (D) *passe par* $A(2;3)$ *donc* $-\frac{1}{2}x_A + p = y_A$ soit $-1 + p = 3$ d'ou $p = 3 + 1 = 4$

Donc $(D): y = -\frac{1}{2}x + 4$.