PARALLELOGRAMME

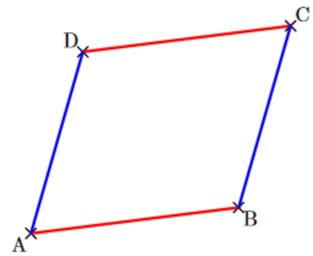
I- Le parallélogramme :

1) Définition

Le parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

2) Exemple :

Dans la figure ci-contre On a :



Les droites (AB) *et* (DC) *sont opposés et parallèles.*

Les droites (AD) *et* (BC) *sont opposés et parallèles.*

Alors $ABCD$ *un parallélogramme.*

II- Propriétés :

1) Propriété des diagonales

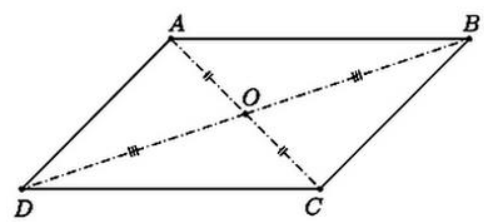
a) Propriété directe :

Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu, appelé centre du parallélogramme.

b) Exemple :

$ABCD$ *est un parallélogramme de centre* O.

Par la symétrie de centre O :



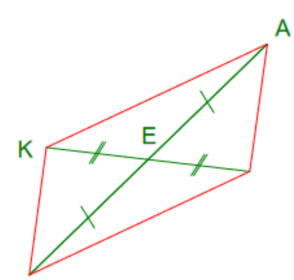
- C *est le symétrique de* A
- D *est le symétrique de* B
- $[CD]$ *est le symétrique de* $[AB]$.
- $[AD]$ *est le symétrique de* $[BC]$.

c) Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

d) Exemple :

Dans la figure ci-contre :



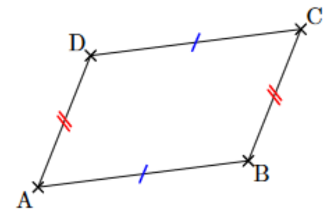
$[AS]$ *et* $[KF]$ *ont le même milieu* E *alors* $AFSK$ *est un parallélogramme de centre* E. .

2) Propriété des côtés opposés

a) Propriété directe :

Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont isométriques (égaux).

b) Exemple :



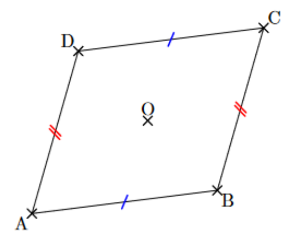
Dans la figure ci-contre :

$ABCD$ **est un parallélogramme alors :** $AB = DC$ **et** $AD = BC$

c) Propriété réciproque :

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

d) Exemple



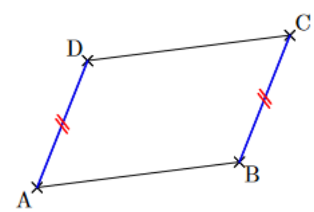
Dans la figure ci-contre :

$AB = DC$ **et** $AD = BC$ **alors :** $ABCD$ **est un parallélogramme**

e) Propriété réciproque (particulière)

Si dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont isométriques (égaux) et leurs supports sont parallèles, alors c'est un parallélogramme.

f) Exemple :



Dans la figure ci-contre on a :

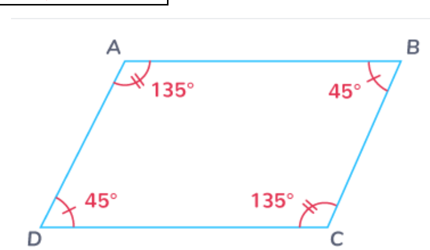
On a : $AD = BC$ **et** $(AD) \parallel (BC)$ **alors** $ABCD$ **un parallélogramme.**

3) Propriété des angles opposés

Propriété directe

Dans un parallélogramme, les angles opposés sont isométriques (égaux).

Exemple :



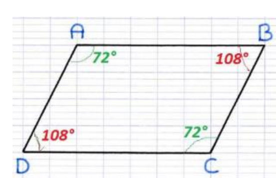
Dans la figure ci-contre on a : Soit $ABCD$ **un parallélogramme.**

On a : $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 45°$ **et** $D\hat{A}B = D\hat{C}B = 135°$

Propriété réciproque

Si dans un quadrilatère les angles opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

Exemple :



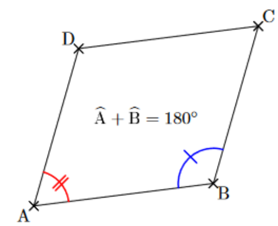
Dans la figure ci-contre on a :

On a : $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 108°$ **et** $D\hat{A}B = D\hat{C}B = 72°$ $AD = BC$ **et** $(AD) \parallel (BC)$ **alors** $ABCD$ **un parallélogramme.**

Propriété des angles consécutifs

Propriété directe ;

Dans un parallélogramme les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale à 180°).

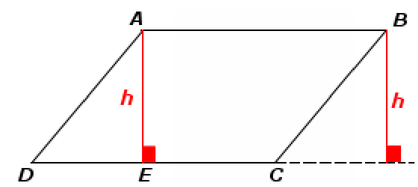


Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.

On a : $A\hat{B}C+B\hat{C}D=180°$, $B\hat{C}D+C\hat{D}A=180°$, $C\hat{D}A+D\hat{A}B=180°$ *et* $D\hat{A}B+A\hat{B}C=180°$.

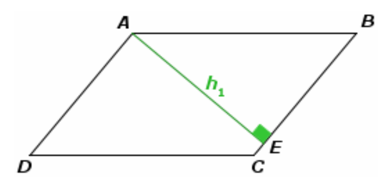
Hauteur d'un parallélogramme :



Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
On appelle hauteur relative au côté $[AB]$, la longueur du segment $[AE]$ tracé en rouge. (AE) est perpendiculaire à (AB) et .

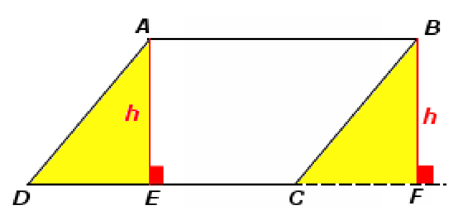
Remarques :



- ***La hauteur relative à $[AB]$ l'est aussi à $[CD]$ car (AB) et parallèle à (CD).***
- ***On peut aussi tracer les hauteurs relatives aux côtés $[AD]$ et $[BC]$.***

En général $h \neq h_1$.

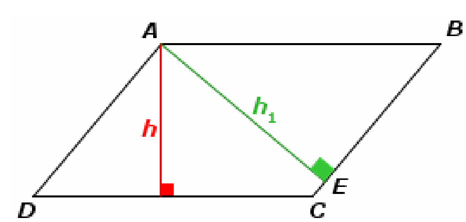
c. Aire du parallélogramme



Soit $ABCD$ un parallélogramme.
D'après le schéma ci-dessus, les triangles AED et BCF ont même aire. On a donc :
Aire $(ABCD)$ = Aire (rectangle $ABFE$) $=AB\times AE=AB\times h$.
L'aire d'un parallélogramme est égale au produit de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que $AB=8cm$; $AD=4cm$ et la hauteur relative au côté $[AB]$ est égale à h_1 $3cm$.



Donner l'aire du parallélogramme $ABCD$ et calculer la hauteur relative au côté $[AD]$.

$\text{Aire}(ABCD)=AB\times h=8\times 3=24cm^2$.

Or $\text{Aire}(ABCD)=AD\times h_1=4\times h_1=24cm^2$ ***donc*** $h_1=24\div 4=6cm$.