GEOMETRIE DANS L'ESPACE

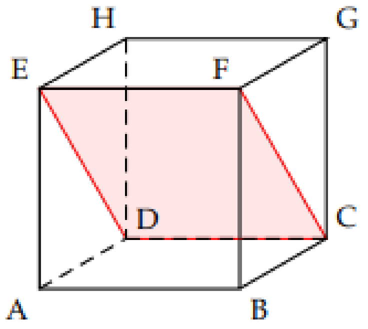
I. RAPPEL :

1) Définition:

Un plan est défini par :

- *Trois points non alignés* $A,\ B,\ C$. *Ce plan est alors noté* (ABC).
- *Deux droites sécantes* (d_1) *et* (d_2).
- *Deux droites strictement parallèles.*

2) Exemple :

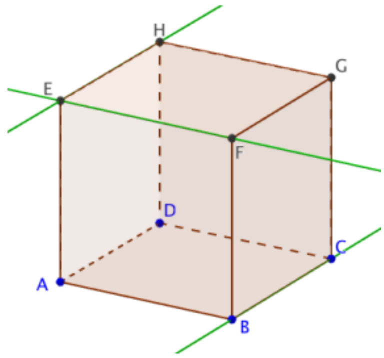


Dans le cube $ABCDEFGH$ *On définit alors le plan* (EFC)

- *Trois points non alignés :* $E,\ F,\ C$.
- *Deux droites sécantes :* (EF) *et* (ED).
- *Deux droites strictement parallèles :* (EF) *et* (DC)

II. DROITE ORTHOGONALE A UN PLAN DANS L'ESPACE :

1) Exemple :



$ABCDEFGH$ *est un cube.*

- *Les droites* (EH) *et* (EF) *sont perpendiculaires.*
- *Les droites* (BC) *et* (EF) *sont orthogonales.*

2) Droite orthogonale à un plan dans l'espace:

a) Définition:

Une droite est orthogonale à un plan si, et seulement si, elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

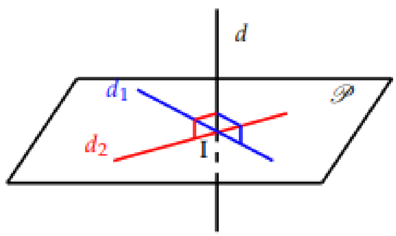
b) Exemple :

Dans la figure ci-contre on a:

(d_1) *et* (d_2) *sont deux droites sécantes de* (P)

(d_1) *et* (d) *sont perpendiculaires en* I

(d_2) *et* (d) *sont perpendiculaires en* I

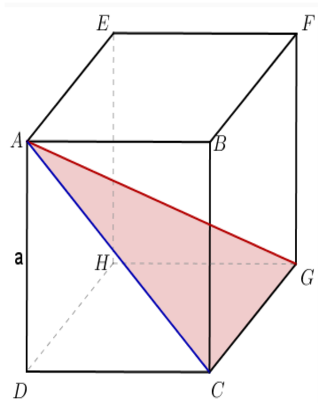


Alors (d) *est perpendiculaire au plan* (P) *en* I.

3) Propriété :

Si une droite est orthogonale à un plan alors elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

4) Diagonales de pavés et de cubes



$ABCDEFGH$ **est un pavé droit tel que :** $AD = a$ **,** $AB = b$ **et** $AE = c$

On veut calculer la diagonale AG **.**

- $[AG]$ **est l'hypoténuse du triangle** ACG **rectangle en** C **.**

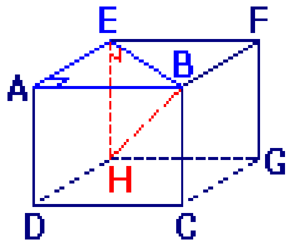
Pour appliquer la propriété de Pythagore dans ce triangle, on calcule d'abord AC **.**

On calcule AC **en appliquant la propriété de Pythagore dans** ADC **rectangle en** D **:** $AC^2 = AD^2 + DC^2$ **soit** $AC^2 = a^2 + b^2$

- **On applique, à nouveau, la propriété de Pythagore dans** ACG **rectangle en** C **.**

On obtient : $AG^2 = AC^2 + CG^2 = a^2 + b^2 + c^2$ **; d'où** $AG = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Exercice d'application



$ABCDEFGH$ **est un pavé droit.** $AD = 4$ **,** $AB = 6$ **et** $AE = 3$

On veut calculer la diagonale BH **.**

- $[BH]$ **est l'hypoténuse du triangle** EBH **rectangle en** E **.**

Pour appliquer la propriété de Pythagore dans ce triangle, on calcule d'abord EB **.**

On calcule EB en appliquant la propriété de Pythagore dans AEB **rectangle en** A **:**

$EB^2 = EA^2 + AB^2$ **soit** $EB^2 = 9 + 36 = 45$

- **On applique, à nouveau, la propriété de Pythagore dans** EBH **rectangle en** E **. On obtient :**

$BH^2 = 45 + 16$ **; d'où** $BH = \sqrt{61}$.

III. AGRANDISSEMENT - RÉDUCTION

1) Définition :

Lorsqu'on agrandit ou que l'on réduit une figure, les longueurs de la figure obtenue
sont proportionnelles à celles de la figure de départ
Si le coefficient de proportionnalité est supérieur à 1, c'est un agrandissement.
Si le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1, c'est une réduction.

2) Propriété :

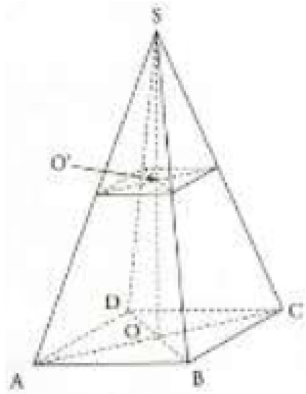
Les agrandissements et les réductions conservent les mesures des angles.

3) Propriété :

> *Si une figure a été agrandie ou réduite d'un rapport k, alors les aires de la figure sont multipliées par k^2 et le volume par k^3.*

4) Exercice :

$SABCD$ ***est une pyramide régulière à base carrée*** $ABCD$ ***de centre*** O ***.***
On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan de base
Sachant que $SO' = 4cm$; $SO = 9cm$ ***et*** $AB = 3cm$ ***:***
1) Calculer V_1 ***le volume de la grande pyramide.***
2) En déduire V_2 ***le volume de la petite pyramide.***



1) : $V_1 = \frac{1}{3} AB \times AD \times SO = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 9 = 27cm^3$

2) $V_2 = \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times 27cm^3 = \frac{64}{720} \times 27cm^3 = \frac{64}{27} cm^3$

V - SURFACES ET VOLUMES :