PUISSANCES

I. Puissance d'un nombre relatif :

1) Définition

Soient un nombre relatif et un nombre entier naturel non nul :

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \ldots \ldots \;\; \ldots . \times a}_{n \text{ facteurs}} = a^n$$

La base de la puissance a^n

L' exposant de la puissance a^n

$$a^n$$

a^n : *se lit a exposant n ou bien a puissance n*

Attention : -3^2 ***est l'opposé de*** 3^2 ; $3^2 = 9$ ***et*** $-3^2 = -9$ ***; mais*** $(-3)^2 = (-3)\times(-3) = 9$.

Ne pas confondre :

$a \times a = a^2$ ***et*** $a + a = 2a$ ***;*** $a \times a \times a = a^3$ ***et*** $a + a + a = 3a$ ***;*** 3^{-1} ***est l'inverse de*** 3 ; -3 ***est l'opposé de*** 3 .

Et se rappeler que :

$$2 + 3^2 = 2 + 9 \quad ; \quad 2 \times 3^2 = 2 \times 9 \quad ; \quad (2+3)^2 = 5^2 \quad ; \quad (2\times 3)^2 = 6^2$$

Cas particuliers

$a^1 = a$; $a^0 = 1$; si $a \neq 0$, a^2 se lit «a au carré » ; a^3 se lit «a au cube »

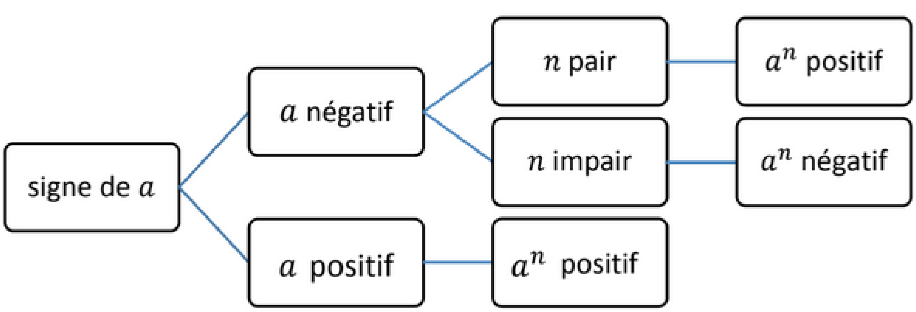
2) Exemple :

$$21^0 = 1 \;;\; (-5)^0 = 1 \;;\; (15,6)^0 = 1 \;;\; (25,3)^1 = 25,3 \;;\; 6^1 = 6 \;;\; (-33)^1 = -33$$

3) Signe d'une puissance

a ***est un nombre relatif, et n un nombre entier non nul.***

- ***Si l'exposant*** n ***est pair alors la puissance*** a^n ***est positive***
- ***Si l'exposant*** n ***est impair alors la puissance*** a^n ***prend le signe de la base*** a .



4) Exemple :

a. *Écrire sous la forme a^n où a un nombre relatif et n nombre entier naturel :*

$$A = 5\times5\times5\times5 = 5^4 \quad ; \quad B = (-2)\times(-2)\times(-2) = (-2)^3$$

b. *Calculer les puissances suivantes :*

$$A = 4^3 = 4\times4\times4 = 64 \quad ; \quad B = (-7)^2 = (-7)\times(-7) = +49 \quad ; \quad C = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5}{6}\times\frac{5}{6} = \frac{25}{36}.$$

II. Propriétés des puissances :

Si a et b sont des nombres relatifs non nuls, m et n sont des entiers relatifs, alors

$(a\times b)^m = a^m\times b^m$	$\left(a^m\right)^n = a^{m\times n}$	$a^m\times a^n = a^{m+n}$
$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

Exemple :

$$A = 3^2\times3^5 = 3^{2+5} = 3^7 \quad ; \quad B = 4^3\times2^3 = (4\times2)^3 = 8^3 \quad ; \quad C = (8^2)^4 = 8^{2\times4} = 8^8$$

$$D = \frac{6^5}{2^5} = \left(\frac{6}{2}\right)^5 = 3^5 \quad ; \quad E = \frac{6^5}{6^2} = 6^{5-2} = 6^3 \quad ; \quad F = \frac{1}{7^{-3}} = 7^3$$

Remarque : $a^m + a^n \neq a^{(m+n)}$

III. Puissance de 10 :

Soit n un nombre entier naturel.

$$10^n = \underbrace{10\times10\times..\times10}_{n\ fois} = 1\underbrace{00\ldots0}_{n\ zéros}$$

Exemple :

$10^1 = 10$; $10^3 = 1000$; $10^6 = 1000000.$

$A = 10^4\times10^3 = 10^{(4+3)} = 10^7 = 10000000$;

$B = \dfrac{10^8}{10^5} = 10^{(8-5)} = 10^3 = 1000.$

$C = (10^4)^2 = 10^{(4\times2)} = 10^8 = 100000000.$

IV. Ecriture scientifique de puissances

1) Définition :

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est l'unique écriture de la forme $a\times10^p$ avec:
a est un nombre décimal qui possède un seul chiffre non nul avant la virgule.
p est un nombre entier relatif.

2) Exemples :

L'écriture scientifique de $A = 56780000$ *est :* $A = 5{,}678\times10^7$.

L'écriture scientifique de $B = 302{,}4\times10^{18}$ *est* $B = 3{,}024\times10^{20}$