LE TRIANGLE

I. Inégalité triangulaire :

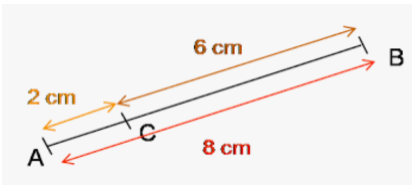
Positions d'un point et un segment

<table>
<tr>
<td>

Propriété 1 :

A , B et M sont trois points distincts :

- Si $M \in [AB]$, alors $AB = AM + MB$
- Si $AB = AM + MB$, alors $M \in [AB]$



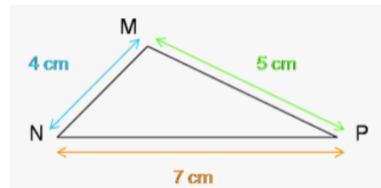
</td>
<td>

Propriété 2 :

A , B et M sont trois points distincts :

- Si $M \notin [AB]$, alors

$AB < AM + MB$; $AM < AB + MB$; $MB < AM + AB$



</td>
</tr>
</table>

1) Propriété :

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

Si ABC est un triangle, alors :

$$\begin{cases} AB < AC + BC \\ AC < AB + BC \\ BC < AB + AC \end{cases}$$

2) Exemples :

<table>
<tr>
<td>

$1+2=4\langle 5$

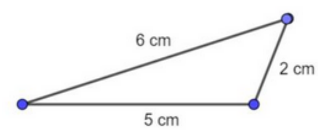
On ne peut pas construire le triangle ABC

</td>
<td>

$3+2=5$

Le triangle ABC *est plat.*

</td>
<td>



$6+2=8\rangle 5$. *On peut tracer Le triangle* ABC *est plat.*

</td>
</tr>
</table>

Pour qu'un triangle existe il faut que la somme des longueurs des deux plus petits côtés soit plus grande que la longueur du plus long côté du triangle.

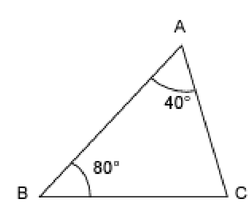
II. Somme des mesures des angle d'un triangle :

1) Propriété :*La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.*

2) Exemple :

ABC *est un triangle tel que* $A\hat{B}C = 80°$ *et* $B\hat{A}C = 40°$. *Calculer* $B\hat{C}A$.

Dans le triangle ABC , *on connaît déjà deux angles. Leur somme est égale à :* $A\hat{B}C + B\hat{A}C = 80° + 40° = 120°$.



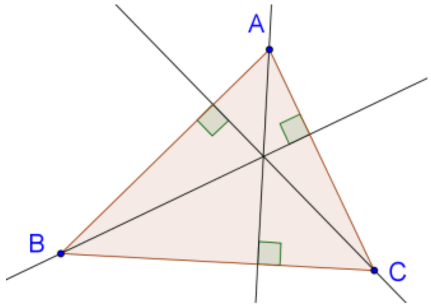
La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à $180°$, *donc :*

$B\hat{C}A = 180° - 120° = 60°$.

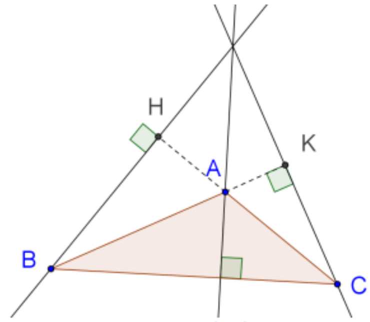
III. Les hauteurs d'un triangle :

1) Définition :

Définition : Une hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire à son côté opposé.



Pas d'angle obtus



Un angle obtus

2) Définition :

Les trois hauteurs d'un triangle se coupent en un même point appelé l'orthocentre. On dit qu'elles sont concourantes.

Médiatrice d'un segment :

3) Définition :

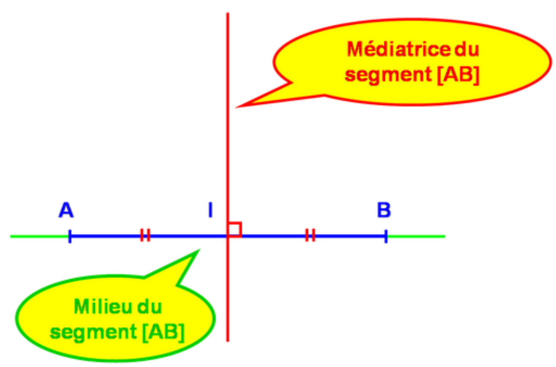
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

4) Exemple :

Dans la figure ci-contre :

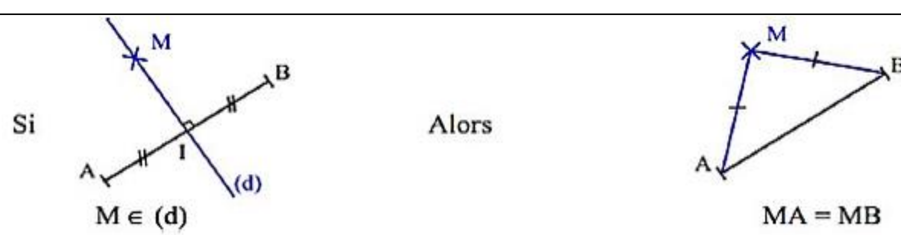
- ***La droite** (d) **est perpendiculaire à la droite** (AB).*
- ***Le point** I **est le milieu de** $[AB]$*

***Alors** (d) **est la médiatrice du segment** $[AB]$.*



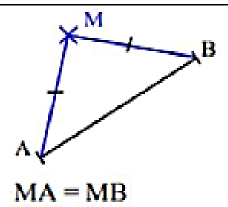
5) Propriété directe :

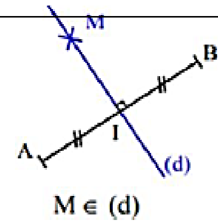
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant à ses extrémités.
Soient** $[AB]$ **un segment** (D) **sa médiatrice et** M **un point.
***Si** $M \in (D)$, **alors** $MA = MB$.*



6) Propriété réciproque :

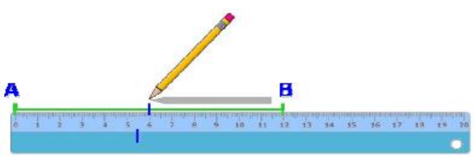
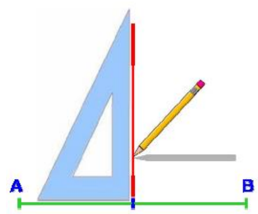
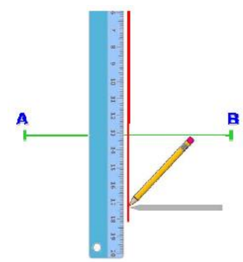
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.
Soient $[AB]$ un segment (D) sa médiatrice et M un point.
Si $MA = MB$, alors $M \in (D)$.

Si 

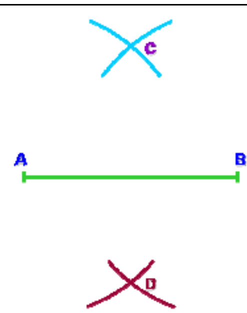
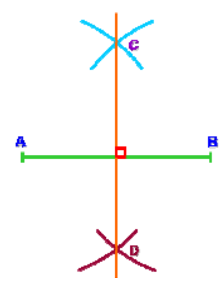
Alors 

7) La construction de la médiatrice d'un segment

a. Première méthode : *Avec une règle graduée et une équerre*

Etape N°1 :	Etape N°2 :	Etape N°3 :
On mesure le segment $[AB]$ pour trouver le milieu de ce segment. On l'appelle I. 	*On trace à l'aide de l'équerre la perpendiculaire au segment $[AB]$ passant par I.* 	*On prolonge la demi-droite a la règle. On a construit la médiatrice du segment $[AB]$* . 

b. Deuxième méthode : *Avec une règle et un compas*

Etape N°1 :	Etape N°2 :
On choisit un écartement avec le compas, qui doit être supérieur à la moitier de $[AB]$. On reporte cet écartement à partir du point A puis apartir du point B. On obtient les points C et D du part et d'autre du segment. 	*On trace alors le segment $[CD]$ c'est-à-dire la médiatrice du segment $[AB]$* 

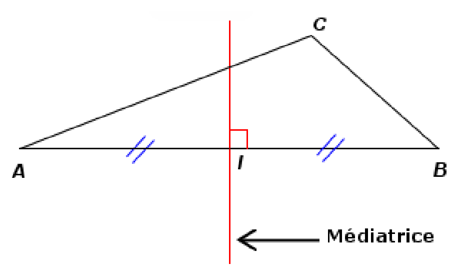
III- Médiatrices d'un triangle :

1) Définition :

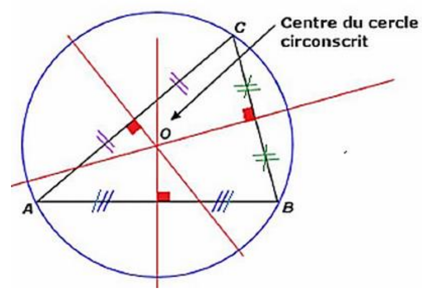
La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés.

2) Exemple :

Dans la figure ci-contre :
La droite (d) est perpendiculaire à la droite (AB).
Le point I est le milieu de $[AB]$
Alors (d) est la médiatrice du segment $[AB]$ alors (d) est la médiatrice d'un triangle du triangle ABC .

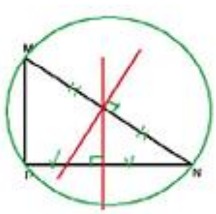
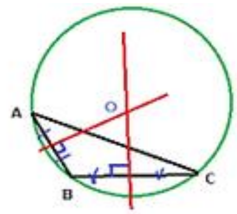


3) Propriété :



Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle

4) Cas particuliers :

 Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse	 Le centre du cercle circonscrit à un triangle à un angle obtus existe à l'extérieur du triangle