NORMALISE 1 CORRECTION

EXERCICE 1 : $(.../6,5)$

1) **Calculer en détaillant les étapes :**

$$A=\frac{9}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}-1 \quad ; \quad B=\left(\sqrt{11}\right)^2-3^2 \quad ; \quad C=\sqrt{4,5}\times\sqrt{2} \quad ; \quad D=\left(1-\frac{1}{3}\right)^{-1}\div 3+\frac{7}{2}.$$

2) **Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers :** $E=2\sqrt{45}-5\sqrt{5}+\sqrt{20}$

3) **Rendre rationnel les dénominateurs des nombres suivants :**

$$F=\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad G=\frac{7}{\sqrt{7}} \quad ; \quad H=\frac{16}{\sqrt{3}+1}$$

CORRECTION :

1) Calculons:

$$A=\frac{9}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{9}{5}-\frac{4}{5}-1=\frac{9-4}{5}=\frac{5}{5}=1 \quad ; \quad B=\left(\sqrt{11}\right)^2-3^2=11-9=2$$

$$C=\sqrt{4,5}\times\sqrt{2}=\sqrt{4,5\times 2}=\sqrt{9}=3 \quad ; \quad D=\left(1-\frac{1}{3}\right)^{-1}\div 3+\frac{7}{2}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{7}{2}=\frac{8}{2}=4$$

2) On a : $E=2\sqrt{45}-5\sqrt{5}+\sqrt{20}=2\sqrt{9\times 5}-5\sqrt{5}+\sqrt{4\times 5}=6\sqrt{5}-5\sqrt{5}+4\sqrt{5}=5\sqrt{5}.$

3) On a : $F=\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{72}{2}}=\sqrt{36}=6 \quad ; \quad G=\frac{7}{\sqrt{7}}=\frac{7\sqrt{7}}{7}=\sqrt{7}$

$$H=\frac{16}{\sqrt{3}+1}=\frac{16\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{16\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-(1)^2}=\frac{16\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}=\frac{16\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}=8\left(\sqrt{3}-1\right)$$

EXERCICE 2 : $(.../3)$

1) **Simplifier :** $I=\dfrac{2\times\left(10^3\right)^4\times 4}{2^3\times 10^{-2}\times 10^5}$

2) **Donner l'écriture scientifique de J tel que :** $J=250,03\times 10^8$

3) **Développer puis réduire :** $K=\left(\sqrt{3}-3\right)^2+6\left(\sqrt{3}-2\right)$.

4) **Factoriser :** $M=(x+3)^2-4(x+3)$.

5) **On pose :** $N=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ **Montrer que** $N=1$.

CORRECTION :

1) Simplifions: $I=\dfrac{2\times\left(10^3\right)^4\times 4}{2^3\times 10^{-2}\times 10^5}=\dfrac{8\times 10^{12}}{8\times 10^3}=10^{12-3}=10^9$

2) *On a* : $J=250,03\times 10^8=2,5003\times 10^2\times 10^8=2,5003\times 10^{2+8}=2,5003\times 10^{10}$

3) On a: $K=\left(\sqrt{3}-3\right)^2+6\left(\sqrt{3}-2\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times 3+3^2+6\sqrt{3}-12=3-6\sqrt{3}+9+6\sqrt{3}-12=0$

4) Factorisons: $M=(x+3)^2-4(x+3)=(x+3)\left[(x+3)-4\right]=(x+3)[x+3-4]=(x+3)(x-1)$

5) On a: $N=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)-\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}=\dfrac{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}{3-1}=\dfrac{2}{2}=1$

EXERCICE 3: $(\ldots/3)$

1) Ranger dans l'ordre croissant: $L=3$, $M=2\sqrt{2}$ et $N=-3\sqrt{5}$

2) Soient x et y deux nombres réels tels que : $2\le x\le 3$ et $1\le 2y+5\le 3$.

   a) Montrer que : $-2\le y\le -1$

   b) Encadrer : $P=2x+y$ et $R=x-3y$

   c) Déduire un encadrement de $Q=\dfrac{2x+y}{x-3y}$.

3) a est un nombre réel. Comparer a^2 et $6a-9$

CORECTION :

1) On remarque que N est un nombre négatif comparons L et M

$L^2=3^2=9$ et $M^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=4\times 2=8$ donc $L \rangle M$ $d'ou$ $N \langle M \langle L$

2) On a : $2\le x\le 3$ et $1\le 2y+5\le 3$.

a) Montrons que : $-2\le y\le -1$

$1\le 2y+5\le 3$ signifie que $1-5\le 2y+5-5\le 3-5$ soit $-4\le 2y\le -2$ alors $-2\le y\le -1$

b) Encadrement de : $P=2x+y$

$\left.\begin{array}{l} 4\le 2x\le 6 \\ -2\le y\le -1 \end{array}\right\}$ donc $4-2\le 2x+y\le 6-1$ alors $2\le P\le 5$.

Encadrement de : $R=x-3y$

$\left.\begin{array}{l} 2\le x\le 3 \\ 3\le -3y\le 6 \end{array}\right\}$ donc $2+3\le x-3y\le 3+6$ soit $5\le R\le 9$.

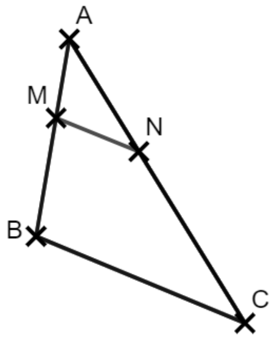
c) Encadrement de : $Q=\dfrac{2x+y}{x-3y}=\dfrac{P}{R}=P\times\dfrac{1}{R}$.

On a: $2\le P\le 5$ et $1\le R\le 2$ donc $\dfrac{1}{2}\le\dfrac{1}{R}\le\dfrac{1}{1}$ soit $2\times\dfrac{1}{2}\le P\times\dfrac{1}{R}\le 5\times 1$ alors $1\le Q\le 5$

3) Comparons : a^2 et $6a-9$: On a $a^2-(6a-9)=a^2-2\times a\times 3+3^2=(a-3)^2\ge 0$

alors $a^2-(6a-9)\ge 0$ d'ou $a^2\ge 6a-9$.

EXERCICE 5 : $(\ldots/1,5)$



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur,

les longueurs sont données en centimètres.

On donne : $AM=2$; $AB=5$; $AN=4$; $AC=10$ et $MN=2,4$.

1) Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

2) Calculer la distance BC.

CORRECTION :

1) D'une part les points A, M, B et d'autre part les points A, N, C sont alignés dans le même ordre.

Les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A.

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ soit $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

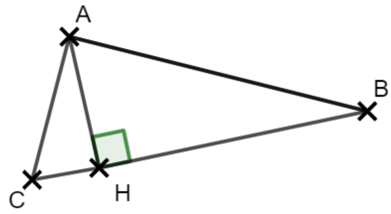
donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

2) On utilise le théorème de Thalès on a :

$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ soit $\frac{2}{5} = \frac{2,4}{BC}$ donc $BC = \frac{5\times 2,4}{2}$ d'ou $EF = 6cm.$

EXERCICE 6 : $(\ldots/2,5)$

Soit ABC un triangle tel que : $AC = \sqrt{2}$, $AB = 2$ et $BC = 6$.



1) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A .

2) Calculer $\sin A\hat{B}C$, $\cos A\hat{B}C$ et $\tan A\hat{B}C$.

3) Soit H la projeté orthogonal de A sur (BC)

   a) Montrer que $AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

   b) Calculer BH en utilisant le théorème de Pythagore

CORRECTION :

1) Il s'agit de tester l'égalité de Pythagore: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

D'une part, $BC^2 = \sqrt{6}^2 = 6$, D'autre part, $AB^2 + AC^2 = 2^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 4 + 2 = 6.$

On constate que l'égalité de Pythagore est vérifiée, donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2) On a:

$\cos A\hat{B}C = \frac{BA}{BC} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$; $\sin A\hat{B}C = \frac{CA}{CB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

3) Montrons que: $AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$

On a $\sin A\hat{B}C = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ soit $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}AB = \frac{\sqrt{3}}{3}\times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

3) Calculons BH: $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 4 - \frac{4\times 3}{9} = \frac{12-4}{3} = \frac{8}{3}$ d'ou $BH = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$

EXERCICE 6 : $(\ldots/1,5)$

1) Calculer la valeur de S tel que : $S = \cos^2 80° + \cos^2 10° + \tan 70° \times \tan 20°$

2) Soit α la mesure d'un angle aigu on pose $R = 1 + \tan^2\alpha - \frac{1}{\cos^2\alpha}$. Montrer que $R = 0$

CORRECTION :

1) On a: $80°+10°=90^{\circ}$ donc $\cos 80°=\sin 10°$ et $70°+20°=90^{\circ}$ donc $\tan 70°=\dfrac{1}{\tan 10°}$

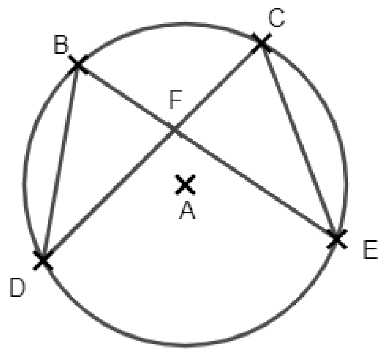
Alors $S=\cos^2 80°+\cos^2 10°+\tan 70°\times\tan 20°=\sin^2 80°+\cos^2 10°+\dfrac{1}{\tan 10°}\times\tan 20° 1-1=0$

3) On a:$P=1+\tan^2\alpha-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1+\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=0$

EXERCICE 7: $(..../2)$

On considère la figure ci-contre telle que (ς) le cercle de centre A .

$B\hat{E}C=30^{\circ}$, $BD=CE=2$.



1) Calculer la mesure de $B\hat{A}C$ et la mesure de $B\hat{D}C$

2) Montrer que : FBD et FCE sont isométriques

3) Montrer que BCF et DEF sont semblables.

CORRECTION :

1) *On a* : $B\hat{A}C$ *est un angle au centre qui intercepte l'arc BC alors* :

$B\hat{A}C=2B\hat{E}C=2\times 60^{\circ}=120^{\circ}$

et $B\hat{D}C$ *angle est un angle au inscrit qui intercepte l'arc BC alors* :

$B\hat{D}C=B\hat{E}C=60^{\circ}$

2) *On a* : $\begin{cases} BD=EC \\ D\hat{B}F=E\hat{C}F \\ B\hat{D}F=C\hat{E}F \end{cases}$ *donc DBF et CEF sont isometriques.*

3) *On a* : $\begin{cases} B\hat{F}C=E\hat{F}D \\ B\hat{C}F=F\hat{E}D \end{cases}$ *donc BFC et EFD sont semblables.*