NORMALISEE 4 CORRECTION

EXERCICE I :

1) Calculer : $A=1+\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\times 9$; $B=2-\sqrt{5}\times\sqrt{3,2}$; $C=\sqrt{1,21}\times\sqrt{10^2}-12$

2) Simplifier : $D=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}+10^7\div 10^6-\left(\sqrt{13}\right)^2$; $E=\sqrt{50}-3\times\left(1-\frac{1}{3}\right)-5\sqrt{2}$

3) Donner l'écriture scientifique de F *tel que :* $F=0,00005\times\left(10^{-2}\right)^{-4}$.

4) Ecrire sous forme $a\sqrt{2}$ *:* $G=3\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{50}$

5) Ecrire H ***sous forme de puissance de base*** 10 ***:*** $H=1,5\times10^5+8,5\times10^5+99\times10^6$

6) On pose : $I=(0,5)^5\times(0,125)^3\times16^4+5^7\times(0,01)^3\times2^7-15$ ***. Montrer que*** I ***est un entier relatif.***

CORRECTION :

1) *On a* :

$$A=1+\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\times9=1+\frac{5}{4}-\frac{9}{4}=1-1=0 \ ; \ B=2-\sqrt{5}\times\sqrt{3,2}=2-\sqrt{16}=2-4=-2$$

$$C=\sqrt{1,21}\times\sqrt{10^2}-12=\sqrt{121\times10^{-2}}\times\sqrt{10^2}-12=11\times10^{-1}\times10^1-12=4-1=3$$

2)*On a* : $D=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+10^7\times10^{-6}-\left(\sqrt{15}\right)^2=9+10-15=4$; $E=1+\sqrt{25}-2\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=1+5-2+1=5$

3) *On a* : $F=0,00005\times\left(10^{-2}\right)^{-4}=5\times10^{-5}\times10^{8}=5\times10^{-5+8}=5\times10^{3}$

4) *On a* : $G=3\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{50}=3\sqrt{4\times2}+\sqrt{16\times2}+2\sqrt{25\times2}=5\sqrt{2}$

5) *On a* : $A=1,5\times10^5+8,5\times10^5=15\times10^6+85\times10^6=(15+85)\times10^6=100\times10^6=10^8$

6) *On a* : $B=(0,5)^5\times(0,125)^3\times16^4+5^7\times(0,01)^3\times2^7-15$

$$B=\left(5\times10^{-1}\right)^5\times\left(125\times10^{-3}\right)^3\times16^4+5^7\times\left(10^{-2}\right)^3\times2^7-15=5^5\times10^{-5}\times510^9\times10^{-9}\times2^{16}+5^7\times10^{-6}\times2^7-15$$

$$=5^{14}\times5^{-14}\times2^{-14}\times2^{16}+5^7\times5^{-6}\times2^{-6}\times2^7-15=2^2+10-15=4+10-15=-1$$

EXERCICE 2 $(\ldots/4)$ **:**

1) Développer et simplifier : $J=2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2$.

2) Simplifier et calculer : $K=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{5}{\sqrt{5}}$.

3) Ecrire L ***sous forme de puissance de base 10 :*** $L=\frac{(7\times3)^{-3}\times5^4\times3^3\times8\times4^2}{7^{-3}\times2^3}$

4) Factoriser : $M=(x-2)^2+3(x-2)$

CORRECTION :

1) *On a* : $J=2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2=2\sqrt{7}-1+7-2\sqrt{7}+1=1$

2) *On a* : $K=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}-\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=2$

3) *On a* : $L=\frac{(7\times3)^{-3}\times5^4\times3^3\times8\times4^2}{7^{-3}\times2^3}=\frac{7^{-3}\times3^{-3}\times5^4\times3^3\times2^3\times2^4}{2^3\times7^{-3}}=5^4\times2^4=10^4$

4) *On a* : $M=(x-2)^2+3(x-2)=(x-2)(x-2+3)=(x-2)(x+1)$

EXERCICE 3 : $(\ldots/2)$

1) On pose: $L = 2\sqrt{5}$ *et* $M = \sqrt{19}$ *. Comparer* L *et* M

2) x *et* y *deux nombres réels tels que :* $1 \le x \le 2$ *et* $-3 \le y \le -2$ *.*

Encadrer : $N = x + y$ *,* $P = x - y$ *et* $Q = xy$

CORRECTION :

$1)$ *On a :* $L^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20$ *et* $M^2 = \left(\sqrt{19}\right)^2 = 19$ *puisque* $L \rangle 0$ *,* $M \rangle 0$ *alors* $L \ge M$

$2)$ *On a :* $1 \le x \le 2$ *et* $-3 \le y \le -2$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \le x \le 2 \\ -3 \le y \le -2 \end{array}\right\} \text{donc } 1 + (-3) \le x + y \le 2 + (-2) \;\; \text{alors } -2 \le N \le 0$$

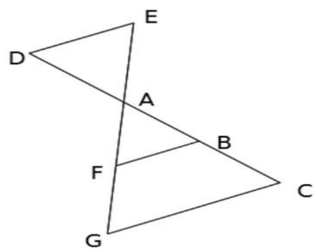
$$\left.\begin{array}{l} 1 \le x \le 2 \\ 2 \le -y \le 3 \end{array}\right\} \text{donc } 1 \times 2 \le x \times (-y) \le 2 \times 3 \;\; \text{soit } 2 \le -xy \le 6 \text{ alors } -6 \le Q \le -2$$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \le x \le 2 \\ 2 \le -y \le 3 \end{array}\right\} \text{donc } 1 \times 2 \le x \times (-y) \le 2 \times 3 \;\; \text{soit } 2 \le -xy \le 6 \text{ alors } -6 \le Q \le -2$$

EXERCICE 4 : $(\ldots./2)$

On considère la figure ci-contre telle que :

(BF) ***est parallèle à*** (GC) **,** $AF = 1{,}2cm$ **,** $GC = 3cm$ **,** $AB = 1{,}8cm$ **et** $AC = 4{,}5cm$



1) ***Calculer :*** AG **et** BF

2) ***Sachant que :*** $AE = 1{,}8cm$ **et** $AD = 2{,}7cm$

Montrer que : (BF) ***est parallèle à*** (DE)

CORRECTION :

$1)$ *Les droits* (BF) *et* (GC) *sont parallèles, les points* A, F, G *et les points* A, B, C *sont alignes dans l'ordre respectifs; on a également d'apreés le théoreme directe de Thalés on a :*

$$\frac{AF}{AG} = \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{GC} \text{ soit } \frac{1{,}2}{AG} = \frac{1{,}8}{4{,}5} = \frac{BF}{3} \text{ soit } \frac{1{,}2}{AG} = \frac{2}{5} \text{ et } \frac{2}{5} = \frac{BF}{3}$$

$$\text{donc : } AG = \frac{5 \times 1{,}2}{2} = \frac{6}{2} = 3cm \text{ et } BF = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1{,}2cm$$

$2)$ *Comparons :* $\frac{AE}{AF}$ *et* $\frac{AD}{AB}$

$$\frac{AE}{AF} = \frac{1{,}8}{1{,}2} = \frac{3}{2} \text{ et } \frac{AD}{AB} = \frac{2{,}7}{1{,}8} = \frac{3}{2} \text{ donc } \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AB}$$

Les points E, A, F *et les points* D, A, B *sont alignes dans l'ordre respectifs;*

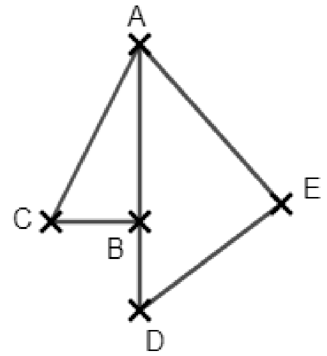
On a égalementd'apreés d'aprés le théoreme réciproque de Thalés

les droits (BF) *et* (DE) *sont parallèles,*

EXERCICE 5 :

On considère la figure ci-contre telle que ABC *triangle rectangle en* B , $BC = 1$,

$AB = \sqrt{3}$, $AD = 4$, $DE = \sqrt{7}$ *et* $AE = 3$.



1) Montrer que : $AC = 2$.

2) Calculer : $\sin A\hat{C}B$ *et* $\tan A\hat{C}B$

3) Montrer que le triangle ADE *est un triangle rectangle.*

CORRECTION :

1) *On a :* ABC *est un triangle rectangle en* B

donc d'aprés le théoreme directe de pythagore on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4 \text{ soit } AC = \sqrt{4} = 2$$

2) *On a :* $\sin A\hat{B}C = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{3}{5}$; $\tan A\hat{B}C = \dfrac{DB}{DC} = \dfrac{3}{4}$

3) *On a :* $AE^2 = 9$, $DE^2 = 7$ *et* $AE^2 = 16$ *On a :* $AE^2 + DE^2 = 9 + 7 = 16 = AE^2$

donc d'aprés le théoreme réciproque de pythagore on a : ADE es rectangle en E

EXERCICE 6 : $(\ldots/2)$

1) Soit x ***la mesure d'un angle aigu telle que:*** $\cos x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Montrer que: $\sin x = \dfrac{2}{3}$ ***et en déduire*** $\tan x$

2) a ***et sont les mesures de deux angles complémentaires*** b

Calculer la valeur de X ***tel que:*** $X = \sin^2 a + \sin^2 b - 1$

3) Soit α ***la mesure d'un angle aigu on pose*** $Y = 1 - \dfrac{1}{\cos^2\alpha} + \tan^2\alpha$.

Montrer que $Y = 0$

CORRECTION :

1) *On a :*

$$\sin x = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}}{9}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \text{ et } \tan x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

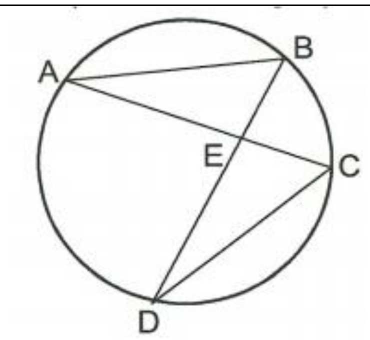
2) *On a :* $a + b = 90^\circ$ *donc* $\cos b = \sin a$ *alors*

$$X = \sin^2 a + \sin^2 b - 1 = \sin^2 a + \cos^2 a - 1 = 1 - 1 = 0$$

3) *On a :*

$$Y = 1 - \frac{1}{\cos^2\alpha} + \tan^2\alpha = 1 - \frac{1}{\cos^2\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$= \frac{1}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^2\alpha} = 0$$



EXERCICE 7 : $(\ldots./2,5)$

Dans la figure ci-contre on a: $ABD = 75^{\circ}$ *et* $AE = ED$

(ς) *le cercle de centre* O *et de rayon* r *,* (AC) *et* (BD) *se coupent en* E *.*

1) Déterminer la mesure de ACD *et la mesure de* AOD

2) Montrer que AED *et* BEC *sont semblables.*

3) Montrer que: ABE *et* DCE *sont isométriques.*

CORRECTION :

1) $On\ a:\ ACD = ABD = 75^{\circ}$ *deux angles iscrit dans le même cercle interceptent l'arc* AD *donc* $ACD = 75°$

AOD est l'angle au centre associe à l'angle inscrit ACD dans

le même cercle donc $AOD = 2ACD = 150°$

2) $On\ a:\ ACD = ABD$ *deux angles iscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc* $\overset{\frown}{AD}$

$AED = BEC$ *deux angles opposes par le sommet*

$$\left.\begin{array}{l} AED = BEC \\ ACD = ABD \end{array}\right\} \text{Donc } AED \text{ et } BEC \text{ sont semblables.}$$

3) $On\ a:\ A\hat{D}E = B\hat{C}E$ *deux angles iscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc* $\overset{\frown}{AB}$

$A\hat{E}D = B\hat{E}C$ *deux angles opposes par le sommet*

$$\left.\begin{array}{l} AE = ED \\ A\hat{D}E = B\hat{C}E \\ A\hat{E}D = B\hat{E}C \end{array}\right\} \text{Donc } ADE \text{ et } BCE \text{ sont isometriques.}$$