NORMALISEE 5 DONNEES

EXERCICE 1: $(\ldots/6)$

1) ***Calculer*** : $A=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\div\frac{4}{3}$; $B=\sqrt{10}\times\sqrt{2,5}-\sqrt{16}$; $C=\sqrt{36}-\left(\sqrt{4}\right)^2$

$D=5^2-2\times10^7\times10^{-6}-\sqrt{4}$; $E=7-4\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$

2) ***Simplifier :*** $G=\sqrt{3^2+40}-2$; $H=\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^0$

3) ***Donner l'écriture scientifique de*** I ***tel que :*** $I=0,007\times\left(10^2\right)^5$.

4) ***Comparer:*** $N=2\sqrt{2}$ ***et*** $P=\sqrt{7}$.

CORRECTION :

1) *On a* : $A=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\div\frac{4}{3}=\frac{6}{7}-\frac{8}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{7}-\frac{6}{7}=0$

$B=\sqrt{10}\times\sqrt{2,5}-\sqrt{16}=\sqrt{25}-4=5-4=1$

$C=\sqrt{36}-\left(\sqrt{4}\right)^2=6-4=2$

$D=5^2-2\times10^7\times10^{-6}-\sqrt{4}=25-20-2=3$; $E=7-4\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=7-4+1=4$

2) *On a* : $G=\sqrt{3^2+40}-2=\sqrt{9+40}-2=\sqrt{49}-2=7-2=5$

$H=\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^0=\left(2\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)\sqrt{5}+1=\sqrt{5}\times\sqrt{5}+1=5+1=6$

3) $I=0,007\times\left(10^2\right)^5=7\times10^{-3}\times10^{10}=7\times10^7$

4) *On a* : $N^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=4\times2=8$ *et* $P^2=\left(\sqrt{7}\right)^2=7$ *donc* $N^2\rangle P^2$

puisque $N\rangle0$ *et* $P\rangle0$ *alors* $P\langle N$

EXERCICE 2: $(\ldots/4)$

1) ***Développer et simplifier*** : $J=2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2$.

2) ***Simplifier et calculer :*** $K=\frac{1}{\sqrt{5}-2}-\frac{5}{\sqrt{5}}$.

3) ***Ecrire*** L ***sous forme de puissance de base 10 :*** $L=\frac{(7\times3)^{-3}\times5^4\times3^3\times8\times4^2}{7^{-3}\times2^3}$

4) ***Factoriser*** : $M=(x-2)^2+2x(x-2)$

5) a ***et*** b ***deux nombres réels tels que*** : $2\le a\le4$ ***et*** $-2\le b\le-1$.

Encadrer : $R=a+b$, $S=a-b$ ***et*** $T=ab+8$.

CORRECTION :

1) *On a* : $J=2\left(\sqrt{7}-0,5\right)+\left(\sqrt{7}-1\right)^2=2\sqrt{7}-1+7-2\sqrt{7}+1=1$

2) *On a* : $K=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{5-4}-\dfrac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=2$

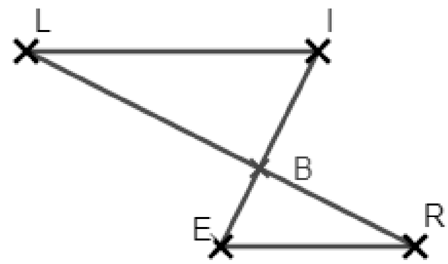
3) *On a* : $L=\dfrac{(7\times3)^{-3}\times5^4\times3^3\times8\times4^2}{7^{-3}\times2^3}=\dfrac{7^{-3}\times3^{-3}\times5^4\times3^3\times2^3\times2^4}{2^3\times7^{-3}}=5^4\times2^4=10^4$

4) *On a* : $M=(x-2)^2+2x(x-2)=(x-2)(x-2+2x)=(x-2)(3x-2)$

5) *On a* :

$0\le a+b\le3$ *donc* $0\le R\le3$; $3\le a-b\le6$ *donc* $3\le S\le6$ *et* $-8\le ab\le-2$ *donc* $0\le T\le6$

EXERCICE 3: $(\ldots/2)$



Sur la figure ci-contre

On a: $BR=2,5$; $BL=5$ *et* $BE=1,5$; $BI=3$.

1) ***Montrer que*** $(IL)\parallel(ER)$.

2) ***Calculer*** ER ***sachant que*** $LI=3,4$

CORRECTION:

1) Comparons : $\dfrac{BI}{BE}$ et $\dfrac{BL}{BR}$

On a: $\dfrac{BI}{BE}=\dfrac{3}{1,5}=2$ et $\dfrac{BL}{BR}=\dfrac{5}{2,5}=2$ donc $\dfrac{BI}{BE}=\dfrac{BL}{BR}$

Conclusion :

(RL) et (IE) se coupent en B. Les points L, B et R sont dans le même ordre que

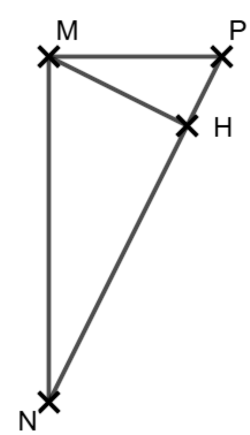
les point I, B et E et $\dfrac{BI}{BE}=\dfrac{BL}{BR}$ donc d'après la réciproque de Thales on a : $(IL)//(RE)$

2) Calculons ER : sachnt que $LI=3,4$

Les droites (IL) et (RE) sont parallèles.

Or, d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{LI}{ER}=\dfrac{BI}{BE}=2$ donc $\dfrac{3,4}{ER}=2$ signifie que: $ER=\dfrac{3,4}{2}=1,7$

EXERCICE 4 : $(\ldots/3)$



MNP ***est un triangle tel que :*** $MN=2cm, MP=1cm$ ***et*** $NP=\sqrt{5}cm$.

1) ***Prouver que le triangle*** MNP ***est rectangle.***

2) ***En déduire les rapports trigonometrique de l'angle*** $M\hat{N}P$.

3) ***Soit*** H ***le projeté orthogonal de*** M ***sur la droite*** (NP).

Montre que $MH=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

4) ***Calculer les distances*** HP ***et*** HN.

CORRECTION :

1) On a: $MN^2 = 4$, $MP^2 = 1$ *et* $NP^2 = 5$ d'ou $MN^2 + MP^2 = 4 + 1 = 5 = NP^2$

soit $MN^2 + MP^2 = NP^2$. D'aprés théoreme reciproque de Pythagore nous avons: MNP rectangle en M.

2) On a: $\cos M\hat{N}P = \frac{NM}{NP} = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin M\hat{N}P = \frac{PM}{PN} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et $\tan M\hat{N}P = \frac{MP}{MN} = \frac{1}{2}$

3) Montre que $MH = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

$\sin M\hat{P}H = \sin M\hat{P}N = \frac{2}{\sqrt{5}}$ d'ou $\frac{MH}{MP} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ soit $MH = \frac{2}{\sqrt{5}}MP = \frac{2}{\sqrt{5}} \times 1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$

4) Calculons les distances HP et HN.

$\sin M\hat{P}N = \sin M\hat{P}H = \frac{2}{\sqrt{5}}$ *d'ou* $\frac{PH}{MP} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ soit $PH = \frac{1}{\sqrt{5}}MP = \frac{1}{\sqrt{5}} \times 1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos M\hat{P}N = \cos M\hat{N}P = \frac{2}{\sqrt{5}}$ d'ou $\frac{HN}{MN} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ soit $HN = \frac{2}{\sqrt{5}}MN = \frac{2}{\sqrt{5}} \times 2 = \frac{4}{\sqrt{5}}$

EXERCICE 5 : $(\ldots/3)$

1) Soit α ***la mesure d'un angle aigu tel que :*** $\sin\alpha = 0,6$. ***Calculer*** $\cos\alpha$ ***et*** $\tan\alpha$.

2) Simplifier : $A = \sin^2 10° + \sqrt{3}\cos 20° + \sin^2 80° - \sqrt{3}\sin 70° - \tan 50° \times \tan 40°$.

3) Soit α ***la mesure d'un angle aigu. Montrer que :*** $\frac{2\cos^3\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha - 2\sin^3\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$.

CORRECTION :

1) *On a* :

$\sin\alpha = 0,6$ *d'ou* $\cos\alpha = \sqrt{1-(0,6)^2} = \sqrt{1-0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$ et $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$.

2) *On a* :

$A = \sin^2 10° + \sqrt{3}\cos 20° + \sin^2 80° - \sqrt{3}\sin 70° - \tan 50° \times \tan 40°$.

On a : $10° + 80° = 90°$ *alors* $\sin 10° = \cos 80°$, $20° + 70° = 90°$ *donc* $\cos 20° = \sin 70°$

et $50° + 40° = 90°$ *donc* $\tan 50° \times \tan 40° = 1$.

$A = \cos^2 80° + \sqrt{3}\sin 70° + \sin^2 80° - \sqrt{3}\sin 70° - \tan 50° \times \tan 40°$

soit $A = \cos^2 80° + \sin^2 80° + \sqrt{3}\sin 70° - \sqrt{3}\sin 70° - \tan 50° \times \tan 40° = 1 + 0 - 1 = 0$.

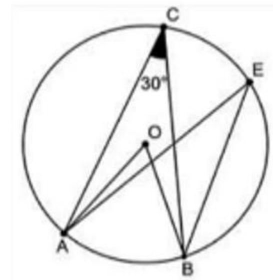
Montrons que : $\frac{2\cos^3\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha - 2\sin^3\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$

$$A = \frac{2\cos^3\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha - 2\sin^3\alpha} = \frac{-\cos\alpha\left(1-2\cos^2\alpha\right)}{\sin\alpha\left(1-2\sin^2\alpha\right)} = \frac{-\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}{\sin\alpha\left(1-\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\right)} = \frac{-\cos\alpha\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}{\sin\alpha\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}$$

$$= \frac{-\cos\alpha\cancel{\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}}{-\sin\alpha\cancel{\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}.$$

EXERCICE 5 :

On considérons cette figure ci-contre tel que :



(ς) ***est un cercle de centre*** O ***et de rayon*** r ***. L'angle*** $A\hat{C}B$ ***mesure*** $30°$

1) ***Calculer la mesure de l'angle*** $A\hat{E}B$ ***.***
2) ***Calculer la mesure de l'angle*** $A\hat{O}B$ ***.***

CORRECTION :

1) Calcul de: $A\hat{E}B$

$On\ a: \ A\hat{E}B = A\hat{C}B = 30^{\circ}\ deux\ angles\ iscrit\ dans\ le\ même\ cercle\ \text{int}erceptent\ l'arc\ AB\ donc\ A\hat{C}D = 60°$

2) Calcul de: $A\hat{O}B$

$On\ a: \ A\hat{O}B\ est\ l'angle\ au\ centre\ associe\ à\ l'angle\ inscrit\ A\hat{C}B\ dans$

$le\ même\ cercle\ donc\ A\hat{O}B = 2A\hat{C}B = 2\times 30° = 60°$