NORMALISEE 6 CORRECTION

EXERCICE 1:

1) *Calculer :*

$$A=\left(2^2\right)^2-3^2-5^4\times5^{-3}\ ;\quad B=\sqrt{2}\times\sqrt{4{,}5}+1\quad ;\ C=2\sqrt{81}-3\sqrt{16}-\sqrt{9}$$

2) *Enlever les parenthèses puis calculer :* $D=9-\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}-1\right)$

3) *Donner l'écriture scientifique de* E *tel que :* $E=0{,}003\times10^6$

4) *Developer et reduire ce qui suit :* $F=(x+2)^2-2x(0{,}5x+2)$

5) *Factoriser:* $G=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(3x-2\sqrt{2}\right)-\left(x-\sqrt{2}\right)\sqrt{2}$

CORRECTION :

1) On a: $A=\left(2^2\right)^2-3^2-5^4\times5^{-3}=16-9-5=16-14=2$

$B=\sqrt{2}\times\sqrt{4{,}5}+1=\sqrt{2\times4{,}5}+1=\sqrt{9}+1=3+1=4$

$C=2\sqrt{81}-3\sqrt{16}-\sqrt{9}=2\times9-3\times4-3=18-12-3=3$

2) *On a* : $D=9-\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}-1\right)=9-\sqrt{7}-\sqrt{2}+\sqrt{7}+\sqrt{2}-1=8$

3) *On a* : $E=0{,}003\times10^6=3\times10^{-3}\times10^6=3\times10^3$

4) *On a* : $F=(x+2)^2-2x(0{,}5x+2)=\cancel{x^2}+\cancel{4x}+4-\cancel{x^2}-\cancel{4x}=4$

5) *On a* :

$$G=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(3x-2\sqrt{2}\right)-\left(x-\sqrt{2}\right)\sqrt{2}=\left(x-\sqrt{2}\right)\left[3x-2\sqrt{2}+\sqrt{2}\right]=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(3x-\sqrt{2}\right)$$

EXERCICE 2 :

1) *On pose :* $K=\dfrac{\sqrt{\sqrt{15}+\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{3}}}-\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. *Montrer que* K *est un nombre entier relatif.*

2) *On pose:* $L=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{5}{\sqrt{5}}$. *Montrer que* L *est un nombre rationnel.*

3) *On pose:* $M=2^2\times25^{-2}\times5^6\times10^{-2}$. *Montrer que* M *est un entier naturel.*

CORRECTION:

1) Montrons que est un nombre entier relatif.

$$K=\frac{\sqrt{\sqrt{15}+\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{3}}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{\sqrt{15}+\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{3}}\times\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{3}}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{15}-\sqrt{3}\right)}}{\sqrt{15}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{15-3}}{\left(\sqrt{5}-1\right)\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{12}}{\left(\sqrt{5}-1\right)\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}-1\right)\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{4}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{2}=\frac{2}{2}=1$$

2) Montrons que L est un nombre rationnel.

$$L=\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}-\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}+\frac{5\sqrt{5}}{5}$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1}-\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{5}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}-\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3}+\sqrt{5}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{2}-\frac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}+\sqrt{5}$$

$$=\sqrt{3}+1-\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}=1$$

3) Montrer que M est un entier naturel.

$$M=2^2\times25^{-2}\times5^6\times10^{-2}=2^2\times5^{-4}\times5^6\times10^{-2}=2^2\times5^2\times10^{-2}=10^2\times10^{-2}=1$$

Donc M est un entier naturel.

<u>EXERCICE 5 :</u> **(…/ 4,5)**

1) On pose: $A=5$ *et* $B=\sqrt{22}$ *. Comparer* A *et* B *.*

2) x *et* y *deux nombres réels tels que :* $4\le x\le 6$ *et* $-2\le y\le -1$*.*

a) Encadrer : $E=x+2y$ *,* $F=x-2y$

b) Déduire un encadrement de $G=\dfrac{x+2y}{x-2y}$.

3) a *est un nombre réel tel que :* $-3\le 2a-3\le -1$ *. Montrer que:* $0\le a\le 1$.

<u>CORRECTION :</u>

1) *On a :* $A^2=A=5^2=20$ *et* $B^2=\left(\sqrt{22}\right)^2=22$ *puisque* $A\rangle 0$ *,* $B\rangle 0$ *alors* $A\rangle B$*.*

2) a) On a : $4\le x\le 6$ et $-2\le y\le -1$

$$\left.\begin{array}{l}4\le x\le 6\\ -4\le 2y\le -2\end{array}\right\}\text{ donc } 4+(-4)\le x+2y\le 6+(-2)\text{ alors } 0\le x+2y\le 4\text{ d'ou } 0\le E\le 4$$

$$\left.\begin{array}{l}4\le x\le 6\\ 2\le -2y\le 4\end{array}\right\}\text{ donc } 4+2\le x-2y\le 6+4\text{ alors } 6\le x-2y\le 10\text{ d'ou } 6\le F\le 10$$

b) On a : $4\le x\le 6$ et $-2\le y\le -1$

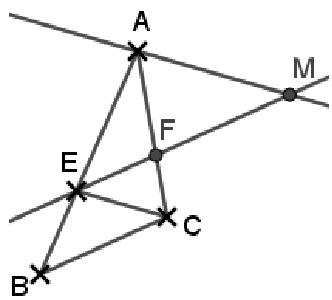
$$\left.\begin{array}{l}0\le x+2y\le 4\\ \dfrac{1}{10}\le\dfrac{1}{x-2y}\le\dfrac{1}{6}\end{array}\right\}\text{ donc } 0\times\frac{1}{10}\le\frac{x+2y}{x-2y}\le 4\times\frac{1}{6}\text{ alors } 0\le G\le\frac{2}{3}.$$

3) *On a :*

$-3\le 2a-3\le -1$ *donc* $-3+3\le 2a-3+3\le -1+3$ *alors* $0\le 2a\le 2$ *et* $0\le a\le 1$

<u>EXERCICE 83 :</u>

On considère la figure ci-contre telle que:



Les droites (AB) *et* (AC) *se coupent en* A *et les droites* (EF) *et* (BC) *sont parallèles. (Les mesures ne sont pas respectées)*

$AE=3{,}6cm$ *;* $AB=4{,}5\ cm$ *;* $AC=4\ cm$ *et* $EF=1{,}2\ cm$ *.*

1) Calculer BC *et Montrer que* $AF=3{,}2$ *.*

2) M *est un point de la droite* (EF) *tel que :* $FM=4EF$ *.*

Montrer que les droites (EC) *et* (AM) *sont parallèles.*

CORRECTION :

1) *Les droites* (AB) *et* (AC) *se coupent en* A *de plus les droites* (BC) *et* (EF) *sont parallèles, donc on peut utiliser le théorème directe de Thalès et écrire les égalités suivantes :* $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$ *soit* $AF=\frac{AC\times AE}{AB}=\frac{4\times3{,}6}{4{,}5}=\frac{14{,}4}{4{,}5}=3{,}2$

et $BC=\frac{AB\times EF}{AE}=\frac{4{,}5\times1{,}2}{3{,}6}=\frac{5{,}4}{3{,}6}=1{,}5.$

2) *Montrons que* (BC) *et* (PR) *sont parallèles*

On a : $\frac{FE}{FM}=\frac{FE}{4FE}=\frac{1}{4}$ *et* $\frac{FC}{FA}=\frac{0{,}8}{3{,}2}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$. *Donc :* $\frac{FE}{FM}=\frac{FC}{FA}$

Conclusion : $\frac{FE}{FM}=\frac{FC}{FA}$, *De plus les points* E, F, M *d'une part et les points* C, F, A *d'autre part sont alignés dans le même ordre.*

Nous avons : (EC) *et* (AM) *sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.*

EXERCICE 4:

1) ABC ***est un triangle rectangle en*** A ***tel que:*** $AB=\sqrt{6}$ ***et*** $AC=\sqrt{10}$

a) ***Montrer que:*** $BC=4$

b) ***Calculer :*** $\cos A\hat{B}C$; $\sin A\hat{B}C$ ***et*** $\tan A\hat{B}C$.

2) ***Soit*** EFG ***un triangle tel que :*** $EF=3{,}5$, $EG=8{,}4$ ***et*** $FG=9{,}1$.

Quelle est la nature du triangle EFG ***?***

CORECTION:

1) a) D'aprés théorem directe de Pythagore nous avons:

$$BC^2=AB^2+AC^2=\sqrt{6}^2+\sqrt{10}^2=6+10=16 \text{ donc } BC=\sqrt{16}=4$$

b) On a: $\cos A\hat{B}C=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{6}}{4}$; $\sin A\hat{B}C=\frac{CA}{BC}=\frac{\sqrt{10}}{4}$; $\tan A\hat{B}C=\frac{CA}{AB}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$

2) Le triangle EFG n'est ni isocèle , ni équilatérale.

$FG^2=(9{,}1)^2=82{,}81$ (FG est le plus grande côté du triangle) et $EF^2+EG^2=(3{,}5)^2+(8{,}4)^2=82{,}81$.

Donc $EF^2+EG^2=FG^2$.

Calculons : D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle EFG est rectangle en E.

EXERCICE 5 :

1) ***Soit*** x ***la mesure d'un angle aigu tel que :*** $\sin x=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ***.Déterminer:*** $\cos x$ ***et*** $\tan x$

2) ***Calculer la valeur de*** R ***tel que :*** $R=\cos^2 83°+\cos^2 7°-\cos 75°+\sin 15°$

3) ***Soit*** x ***la mesure d'un angle aigu. Déterminer la valeur de :*** $S=\frac{\cos x-\cos^3 x}{\sin x-\sin^3 x}-\tan x$

CORRECTION:

1) *On a :* $\cos x=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{5}{25}}=\sqrt{\frac{20}{25}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ et $\tan x=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{5}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$

2) *On a* : $83° + 7° = 90°$ *donc* $\cos 83° = \sin 7°$

et $75° + 15° = 90°$ *donc* $\sin 15° = \cos 75°$ *alors* :

$R = \cos^2 83° + \cos^2 7° - \cos 75° + \sin 15° = \sin^2 7° + \cos^2 7° - \cos 75° + \cos 75° = 1$

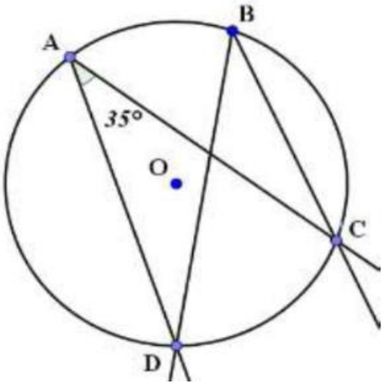
3) *On a* : $S = \dfrac{\cos x - \cos^3 x}{\sin x - \sin^3 x} - \tan x = \dfrac{\cos x\left(1-\cos^2 x\right)}{\sin x\left(1-\sin^2 x\right)} - \tan x = \dfrac{\cos x \times \sin^2 x}{\sin x \times \cos^2 x} - \tan x = 0$

EXERCICE 6 : (…/ 2)

Dans la figure ci-contre (ς) ***est un cercle de centre*** O ***. (Les mesures ne sont pas respectées)***

Les points A ; B ; C ***et*** D ***appartiennent au cercle*** (ς),

$D\hat{A}C = 35°$. (AC) ***et*** (BD) ***se coupent en*** E .



1) Calculer la mesure de l'angle $D\hat{B}C$.

2) Calculer la mesure de l'angle $D\hat{O}C$

3) Montrer que ADE ***et*** BCE ***sont semblables.***

CORRECTION :

1) *On a* : $D\hat{A}C = D\hat{B}C$ *deux angles inscrit dans le même cercle interceptent l'arc DC donc* $D\hat{B}C = 35°$.

2) *On a* : $B\hat{O}C$ *est l'angle au centre associe à l'angle inscrit* $D\hat{A}C$ *dans le même cercle donc* $D\hat{O}C = 2D\hat{A}C = 70°$.

2) *On a* : $D\hat{A}E = C\hat{B}E$ *deux angles inscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc* $\overset{\frown}{DC}$

$A\hat{E}D = B\hat{E}C$ *deux angles opposés par le sommet. Donc ADE et BCE sont semblables.*