NORMALISEE 7 CORRECTION

EXERCICE 1 *(6,5 pts)*

1) *Calculer et simplifier :*

$$A=\frac{2}{3}+\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}\quad;\quad B=\sqrt{3}\times\sqrt{12}-\sqrt{16}\quad;\quad C=\frac{5}{3}+\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\quad;\quad D=1+\sqrt{7+\sqrt{4}}\quad;\quad E=\frac{14}{3}+\sqrt{\frac{1}{9}}$$

2) *Développer.* $F=(x-1)^2+2(x-0,5)$

3) *Factoriser :* $G=(3x-4)(x-2)+2x(3x-4)$

CORRECTION :

1) *On a* :

$$A=\frac{2}{3}+\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2+1}{3}=\frac{3}{3}=1\quad;\quad B=\sqrt{3}\times\sqrt{12}-\sqrt{16}=\sqrt{36}-\sqrt{16}=6\text{-}4=2$$

$$C=\frac{5}{3}+\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}=\frac{5}{3}+\frac{4}{3}=\frac{5+4}{3}=\frac{9}{3}=3\quad;\quad D=1+\sqrt{7+\sqrt{4}}=1+\sqrt{7+2}=1+\sqrt{9}=1+3=4\quad;$$

$$E=\frac{14}{3}+\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{14}{3}+\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{14}{3}+\frac{1}{3}=\frac{14+1}{3}=\frac{15}{3}=5$$

2) *Développement* : $F=(x-1)^2+2(x-0,5)=x^2-\cancel{2x}+1+\cancel{2x}-1=x^2$

3) *On a* : $G=(3x-4)(x-2)+2x(3x-4)=(3x-4)[(x-2)+2x]=(3x-4)(x-2+2x)=(3x-4)(3x-2)$

EXERCICE 2 *(3,5 pts)*

1) ***Ecrire sous forme d'une puissance :*** $J=5^5\times5^3+4\times\left(5^4\right)^2$

2) *Donner l'écriture scientifique :* $K=0,000077\times10^{10}$

3) **Écrire sous la forme de puissance de 10 :** $L=\dfrac{20\times10^{10}\times5^{-1}}{4\times10^5}$

4) ***Ecrire sous la forme*** $a\sqrt{b}$ ***tel que*** b ***soit le plus petit possible :*** $M=\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}$

5) ***Supprimer le radical du dénominateur et calculer :*** $N=\dfrac{1}{\sqrt{6}+2}-\dfrac{3}{\sqrt{6}}$

CORRECTION :

1) *On a* : $J=5^5\times5^3+4\times\left(5^4\right)^2=5^{5+3}+4\times5^{4\times2}=5^8+4\times5^8=5^8(1+4)=5^8\times5=5^9$

2) *On a* : $K=0,000077\times10^{10}=7,7\times10^{-5}\times10^{10}=7,7\times10^{-5+10}=7,7\times10^5$

3) *On a* : $L=\dfrac{20\times10^{10}\times5^{-1}}{4\times10^5}=\dfrac{\cancel{4}\times\cancel{5}\times10^{10}\times\cancel{5^{-1}}}{\cancel{4}\times10^5}=10^{10-5}=10^5$

4) *On a* : $M=\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{2}+\sqrt{4}\times\sqrt{2}+\sqrt{9}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

4) *On a* : $N=\dfrac{1}{\sqrt{6}+2}-\dfrac{3}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}-2}{6-4}-\dfrac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}-2}{2}-\dfrac{3\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}-2}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}=-1$

EXERCICE 3 : *(2,5 pts)*

1) *Comparer* 3 *et* $\sqrt{8}$ *et en déduire une comparaison pour* $H = 3+\sqrt{5}$ *et* $I = \sqrt{8}+\sqrt{5}$

2) a *et* b *deux nombres réels tels que* $2 \le a \le 5$ *et* $3 \le b \le 4$

Encadrer : $a+b$; $a-b$; ab ; $\dfrac{a}{b-1}$

CORRECTION :

1) Comparons 3 et $\sqrt{8}$

On a: 3=9 et $\sqrt{8} = 8$ et comme $9 \rangle 8$ et 3 et 9 sont deux nombres positif alors $3 \rangle \sqrt{8}$

Comparons $H = 3+\sqrt{5}$ et $I = \sqrt{8}+\sqrt{5}$:

Comme $3 \rangle \sqrt{8}$ alors $3+\sqrt{5} \rangle \sqrt{8}+\sqrt{5}$ alors $H \rangle I$

2) $On\ a$: $2 \le a \le 5$ et $3 \le b \le 4$

* Encadrement de $a+b$: $2+3 \le a+b \le 5+4$ $donc$ $5 \le a+b \le 9$

* Encadrement de $a-b$:

$On\ a$: $2 \le a \le 5$ et $-4 \le -b \le -3$ $d'ou$ $2-4 \le a-b \le 5-3$ $donc$ $-2 \le a-b \le 2$

* Encadrement de ab : $On\ a$: $2 \le a \le 5$ et $3 \le b \le 4$ $alors$ $6 \le ab \le 20$

* Encadrement de $\dfrac{a}{b-1}$:

$On\ a$: $2 \le b-1 \le 3$ $alors$ $\dfrac{1}{3} \le \dfrac{1}{b-1} \le \dfrac{1}{2}$ et $2 \le a \le 5$ $donc$ $2\times\dfrac{1}{3} \le a\times\dfrac{1}{b-1} \le 5\times\dfrac{1}{2}$ d'ou $\dfrac{2}{3} \le \dfrac{a}{b-1} \le \dfrac{5}{2}$

EXERCICE 4 *(2 pts)*

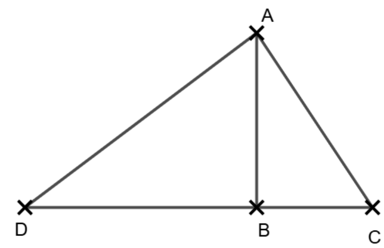
ACD *est un triangle et* B ***la projection orthogonale de*** A ***sur*** (DC)

telle que : $AB = \sqrt{5}$, $BC = 2$, $DC = 6$ *et* $AD = 3\sqrt{3}$

1) *Montrer que* $AC = 3$

2) *Calculer les rapports trigonométriques de* $A\hat{C}B$.

3) *Prouver que le triangle* ACD *est rectangle.*



CORRECTION :

1) $On\ a$: ABC $est\ un\ triangle\ rectangle\ en\ B\ donc\ d'aprés\ le\ théoreme\ directe$ $de\ pythagore\ on\ a$:

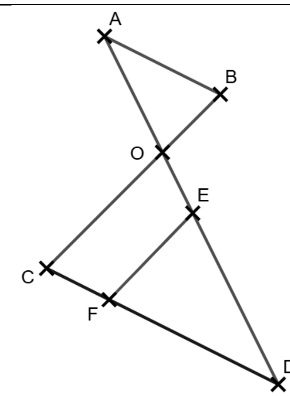
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = \sqrt{5}^2 + 2^2 = 5+4 = 9\ soit\ AC = \sqrt{9} = 3$$

2) $On\ a$: $\sin A\hat{C}B = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$; $\cos A\hat{C}B = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{2}{3}$ et $\tan A\hat{C}B = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

3) $On\ a$: $AC^2 = 9$, $DC^2 = 36$ et $AD^2 = 27$ $On\ a$: $AC^2 + AD^2 = 9+27 = 36 = DC^2$

$donc\ d'aprés\ le\ théoreme\ réciproque\ de\ pythagore\ on\ a$: $ADC\ es\ rectangle\ en\ A$

EXERCICE 5 *(2 pts)*



On considère la figure ci-contre telle que : $(AB)//(DC)$

$AB = 6$; $DC = 15$; $OB = 2$; $OD = 10$

1) *Calculer* OA *et* OC

2) *On pose* $DE = 8$ *et* $DF = 12$. *Montrer que :* $(EF)//(OC)$

CORRECTION :

1) *Les droits* (AB) *et* (CD) *sont parallèles, les points* A, O, D *et les points* B, O, C *sont alignes dans l'ordre respectifs; On a également d'apreés le théoreme directe de Thalés on a :*

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC} \text{ soit } \frac{OA}{10} = \frac{2}{OC} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ donc } \frac{OA}{10} = \frac{2}{5} \text{ et } \frac{2}{5} = \frac{2}{OC} \text{ soit :}$$

$$OA = \frac{10 \times 2}{5} = 4 \text{ et } OC = \frac{2 \times 5}{2} = 5$$

2) *Comparons* : $\frac{DF}{DC}$ *et* $\frac{DE}{DO}$:

Les points D, F, C *et les points* D, E, O *sont alignes dans l'ordre respectifs;*

On a égalementd'apreés d'aprés le théoreme réciproque de Thalés les droits (EF) *et* (OC) *sont parallèles,*

EXERCICE 6 : *(2 pts)*

1) *α est la mesure d'un angle aigu. Sachant que* $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ *, calculer* $\sin\alpha$ *et* $\tan\alpha$

2) *Simplifier l'expression suivante :* $X = \cos 20° \times \sin 70° + \sin 20° \times \cos 70° - 1$

3) *Simplifier l'expression suivante :* $Y = \left(\cos x + \sqrt{2}\right)\left(\cos x - \sqrt{2}\right) + \sin^2 x$

CORRECTION :

2) *On a* : $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ alors:

$$\sin x = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ et } \tan x = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

3) *On a* : $X = \cos 20° \times \sin 70° + \sin 20° \times \cos 70° - 1$

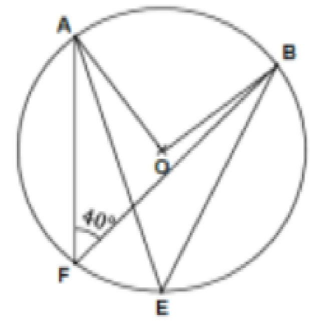
On a : $\cos 20° = \sin 70°$ *et* $\cos 70° = \sin 20°$ *car* $20° + 70° = 90°$

donc $X = \sin 70° \times \sin 70° + \cos 70° \times \cos 70° = \sin^2 70° + \cos^2 70° - 1 = 1 - 1 = 0$

4) *On a* :

$$Y = \left(\cos x + \sqrt{2}\right)\left(\cos x - \sqrt{2}\right) + \sin^2 x = \cos^2 x - \sqrt{2}^2 + \sin^2 x = \left(\cos^2 x + \sin^2 x\right) - 2 = 1 - 2 = -1.$$

EXERCICE 6 *(1,5 pts)*



(C) *est un cercle de centre* O *, les points* A, B, E *et* F *appartiennent au cercle* (C) *tel que :* $A\hat{F}B = 40°$

1) *Calculer* $A\hat{O}B$ ***et*** $A\hat{E}B$ ***Justifier votre réponse.***
2) *Calculer* $A\hat{O}B$ ***et*** $A\hat{E}B$ ***Justifier votre réponse.***
3) (AE) ***et*** (BF) ***se coupent en*** I ***. Montrer que*** AFI ***et*** BEI ***sont semblables.***

CORRECTION :

1) Calculons la mesure de l'angle $E\hat{G}F$

On a: $E\hat{G}F = E\hat{H}F$ deux angles iscrit dans le même cercle interceptent l'arc EF donc $E\hat{G}F = 40^{\circ}$

2) Calculons la mesure de l'angle $H\hat{E}G$

$H\hat{O}G = 130^{\circ}$ est l'angle au centre associe à l'angle inscrit $H\hat{E}G$ dans le même cercle donc $= \frac{1}{2} H\hat{O}G = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$

3) 1) Montrons que IHE et IGF sont semblables

On a: $E\hat{G}I = E\hat{H}I = 40^{\circ}$ deux angles iscrit dans le même cercle qui interceptent l'arc $\overset{\frown}{AD}$

$E\hat{I}H = F\hat{I}G$ deux angles opposes par le sommet

$E\hat{G}I = E\hat{H}I$ et $E\hat{I}H = F\hat{I}G$ donc IHE et IGF sont semblables.