NORMALISÉ 8 CORRECTION

EXERCICE 1 :

1) *Calculer et simplifier :*

$$A=5\times\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}\quad;\quad B=\frac{1}{3}+\frac{14}{5}\div\frac{21}{5}\quad;\quad C=3+3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$$

2) *Simplifier.* $D=1+\sqrt{3-(-13)}$; $E=\sqrt{81}-\sqrt{2^2}$; $F=4^2-\sqrt{2^3-3^2+26}$

3) *Simplifier l'expression suivante :* $G=9-(x-4)-[4-(x+3)]$

4) *Donner l'écriture scientifique :* $H=0{,}000033\times10^{10}$

CORRECTION :

1) *On a* : $A=5\times\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}=5\times\frac{2}{5}=2$; $B=\frac{1}{3}+\frac{14}{5}\div\frac{21}{5}=\frac{1}{3}+\frac{14}{5}\times\frac{5}{21}=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}=1$

$$C=C=3+3\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}=3+3\times\frac{4}{3}=3+4=7$$

2) *On a* :

$D=1+\sqrt{3-(-13)}=1+\sqrt{3+13}=1+\sqrt{16}=1+4=5$; $E=\sqrt{81}-\sqrt{2^2}=9-2=7$

$$F=4^2-\sqrt{2^3-3^2+26}=16-\sqrt{8-9+26}=16-\sqrt{25}=16-5=11$$

3) *On a* : $G=9-(x-4)-[4-(x+3)]=9-\cancel{x}+\cancel{4}-\cancel{4}+\cancel{x}+3=12$

4) *On a* : $H=0{,}000033\times10^{10}=3{,}3\times10^{-5}\times10^{10}=3{,}3\times10^{-5+10}\times10^{10}=3{,}3\times10^{5}$

EXERCICE 2 :

1) *Développer et réduire :* $I=(3x+2)^2-4(3x+2)$

2) *Factoriser :* $J=(2x-5)^2+4x^2-25$

3) ***Supprimer le radical du dénominateur et calculer :*** $K=\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

4) ***Écrire sous la forme de puissance de 10 :*** $L=\frac{2^4\times5^8\times12^4}{10^3\times6^4}$

5) ***Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ tel que b soit le plus petit possible :*** $M=3\sqrt{3}+\sqrt{27}-5\sqrt{12}$

CORRECTION :

1) *On a* : $I=(3x+2)^2-4(3x+2)=9x^2-\cancel{12x}+4+\cancel{12x}-8=9x^2-4$

2) *On a* : $J=(2x-5)^2+4x^2-25=(2x-5)^2+(2x-5)(2x+5)=(2x-5)[2x-5+2x+5]=4x(2x-5)$

3) *On a* :

$$K=\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{5\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\cancel{5}\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)}{\left(\cancel{7-2}\right)}-\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}=\sqrt{7}+\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{7}$$

4) *On a* : $L=\frac{2^4\times5^8\times12^4}{10^3\times6^4}=\frac{2^4\times5^8\times2^4\times\cancel{6^4}}{10^3\times\cancel{6^4}}=\frac{2^8\times5^8}{10^3}=\frac{10^8}{10^{-3}}=10^{8-3}=10^5$

5) *On a* : $M=3\sqrt{3}+\sqrt{27}-5\sqrt{12}=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}-10\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

EXERCICE 3 :

1) *Comparer* 7 *et* $4\sqrt{3}$ *et en déduire une comparaison pour* $H=\sqrt{5}-7$ *et* $I=\sqrt{5}-4\sqrt{3}$

2) x, y *et* z *trois nombres réels tels que :* $1\le x\le 6;\ -2\le y\le -1$ *et* $2\le \frac{5z-3}{3}\le 3$

Encadrer : $x+y$; $x-y$; $2x+3y$; xy *et* z

CORRECTION :

1) Comparons 7 et $4\sqrt{3}$ On a:

$7^2=49$ et $\left(4\sqrt{3}\right)^2=48$ et comme $49\rangle 48$ et 7 et $4\sqrt{3}$ sont deux nombres positif alors $7\rangle 4\sqrt{3}$

Comparons $H=\sqrt{5}-7$ et $I=\sqrt{5}-4\sqrt{3}$: Comme $7\rangle 4\sqrt{3}$ alors $-7\langle -4\sqrt{3}$ d'ou $\sqrt{5}-7\langle \sqrt{5}-4\sqrt{3}$ soit $H\langle I$

2) *On a* : $1\le x\le 6$; $-2\le y\le -1$ et $2\le \frac{5z-3}{3}\le 3$

* Encadrement de $x+y$: $1+(-2)\le x+y\le 6+(-1)$ *donc* $-1\le x+y\le 5$

* Encadrement de $x-y$: *On a* : $1\le x\le 6$ et $1\le -y\le 2$ *d'ou* $1+1\le x-y\le 6+2$ *donc* $2\le x-y\le 8$

* Encadrement de $2x+3y$: *On a* : $2\le 2x\le 12$ et $-6\le 3y\le -3$ *d'ou* $2-6\le 2x+3y\le 12-3$ *donc* $-4\le 2x+3y\le 9$

* Encadrement de xy :

On a : $1\le x\le 6$ et $1\le -y\le 2$ *alors* $1\times 1\le -xy\le 6\times 2$ *d'ou* $1\le -xy\le 12$ *donc* $-12\le xy\le -1$

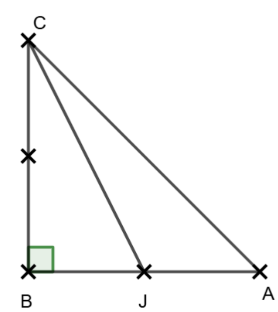
* Encadrement de z :

On a : $2\le \frac{5z-3}{3}\le 3$ *alors* $6\le 5z-3\le 9$ et $6+3\le 5z-3+3\le 9+3$ *donc* $9\le 5z\le 12$ d'ou $\frac{95}{3}\le z\le \frac{12}{5}$

EXERCICE 4 :

On considère la figure ci-contre telle que :

$BC=2\sqrt{5}$, $BJ=AJ=2$, *et* $JC=2\sqrt{6}$



1)

2) *Montrer que le triangle* BCJ *est rectangle.*

3) *Montrer que* $AC=6$

4) *Calculer les rapports trigonométriques de* $B\hat{A}C$.

CORRECTION :

1) *Montrons que* BCJ *est rectangle*

On a : $BC^2=20$, $JC^2=24$ *et* $BJ^2=4$ *On a* : $BC^2+BJ^2=20+4=24=JC^2$

donc d'aprés le théoreme réciproque de pythagore on a : BCJ *es rectangle en* B

2) *Montrons que* $AC=6$

On a : *ABC est un triangle rectangle en B donc d'aprés le théoreme directe de pythagore on a* : $AC^2=AB^2+BC^2=\sqrt{5}^2+2^2=5+4=9$ *soit* $AC=\sqrt{9}=3$

2) *On a* : $\sin A\hat{C}B=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{3}$; $\cos A\hat{C}B=\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$ *et* $\tan A\hat{C}B=\frac{BA}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

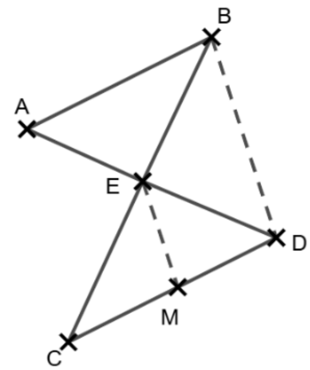
EXERCICE 5 :

On considère la figure ci-contre telle que :

$(AB)//(DC)$ $AB=5$; $DE=9$; $AE=3$; $EC=12$

1) *Montrer que* $EB=4$ *et* $DC=15$
2) *Le triangle* AEB *est-il rectangle si oui calculer* BC .
3) *Soit* M *un point du segment* $[DC]$ *tel que* $CM=11,25$.

   Montrer que : $(EM)//(BD)$



CORRECTION :

1) *Les droits* (AB) *et* (CD) *sont parallèles, les points* A,E,D *et les points* B,E,C *sont alignes dans l'ordre respectifs; On a également d'apreés le théoreme directe de Thalés on a :*

$$\frac{EA}{ED}=\frac{EB}{EC}=\frac{AB}{DC} \text{ soit } \frac{3}{9}=\frac{EB}{12}=\frac{5}{DC}=\frac{1}{3} \text{ donc } \frac{EB}{12}=\frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{3}=\frac{5}{DC} \text{ soit : } EB=\frac{12\times1}{3}=4 \text{ et } DC=\frac{3\times5}{1}=15$$

2) *Comparons :* AB^2 *et* AE^2+BE^2 :

$AB^2=5^2=25$ *et* $AE^2+BE^2=3^2+4^2=9+16=25$

On a égalementd'apreés d'aprés le théoreme réciproque de Pythagore le triangle AEB *est rectangle en* E.

Calculons BC : $BC=BE+EC=4+12=16$

3) *Comparons* $\frac{CE}{CB}$ *et* $\frac{CM}{CD}$

$$\frac{CE}{CB}=\frac{CE}{CE+EB}=\frac{12}{12+4}=\frac{12}{16}=\frac{3}{4} \text{ et } \frac{CM}{CD}=\frac{11,25}{15}=\frac{3}{4}$$

Conclusion : $\frac{CE}{CB}=\frac{CM}{CD}$, *De plus les points* C, M, D *d'une part et les points* C, E, B *d'autre part sont alignés dans le même ordre.*

Nous avons : (EM) *et* (BD) *sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.*

EXERCICE 6 :

1) *α est la mesure d'un angle aigu. Sachant que* $\cos\alpha=\frac{3}{4}$ *, calculer* $\sin\alpha$ *et* $\tan\alpha$
2) *Simplifier l'expression suivante :* $X=\cos 25°\times\sin 65°+\sin 25°\times\cos 65°-1$
3) *Simplifier l'expression suivante :* $Y=(1+\sin x)(1-\sin x)(1+\tan^2 x)$

CORRECTION :

1) *On a* : $\cos\alpha=\frac{3}{4}$ alors $\sin x=\sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{7}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ et $\tan x=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

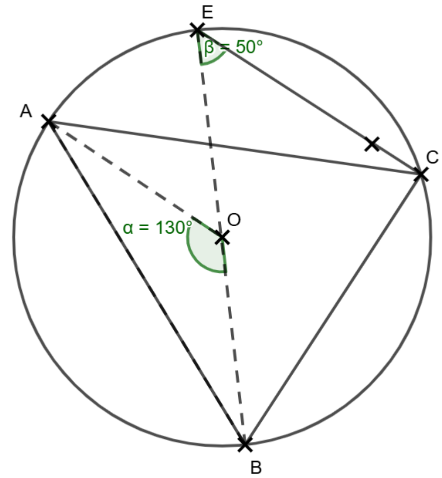
3) On *a* : $X=\cos 25°\times\sin 65°+\sin 25°\times\cos 65°-1$: $\cos 25°=\sin 65°$ *et* $\cos 65°=\sin 25°$ *donc*

$$X=\cos 25°\times\sin 65°+\sin 25°\times\cos 65°-1=\sin 65°\times\sin 65°+\cos 65°\times\cos 65°-1$$

$$=\sin^2 65°+\cos^2 65°-1=1-1=0$$

4) *On a* : $Y=(1+\sin x)(1-\sin x)(1+\tan^2 x)=(1-\sin^2 x)(1+\tan^2 x)=\cos^2 x(1+\tan^2 x)$

$$=\cos^2 x+\cos^2 x\times\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=\cos^2 x+\sin^2 x=1.$$



EXERCICE 7 :

(C) *est un cercle de centre* O *, les points* A, B, E *et* C *appartiennent au cercle* (C) *tel que :* $B\hat{E}C = 50°$

1) *Calculer la mesure de* $B\hat{A}C$ ***Justifier votre réponse.***
2) *Calculer la mesure de* $A\hat{C}B$ ***Justifier votre réponse.***
3) (AC) ***et*** (BE) ***se coupent en*** I ***. Montrer que*** ABI ***et*** CEI ***sont semblables.***

CORRECTION :

1) *Calculons la mesure de l'angle* $B\hat{A}C$

On a : $B\hat{A}C = B\hat{E}C$ *deux angles iscrit dans le même cercle interceptent l'arc* BC *donc* $B\hat{E}C = 50^\circ$

2) *Calculons la mesure de l'angle* $A\hat{C}B$

$A\hat{O}B = 130^\circ$ *est l'angle au centre associe à l'angle inscrit* $A\hat{C}B$ *dans le même cercle donc* $A\hat{C}B = \frac{1}{2} A\hat{O}B = \frac{1}{2} \times 130° = 65°$

3) *Montrons que* ABI *et* CEI *sont semblables*

On a : $B\hat{A}I = C\hat{E}I = 50^\circ$ *d'apres la question* (1)

$A\hat{I}B = C\hat{I}E$ *deux angles opposes par le sommet*

$B\hat{A}I = C\hat{E}I$ *et* $A\hat{I}B = C\hat{I}E$ *donc* IHE *et* IGF *sont semblables.*