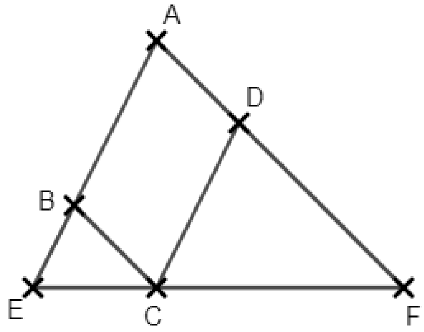
SERIE 4 CORRECTION
VECTEURS ET TRANSLATION



EXERCICE 9 :

$ABCD$ ***parallélogramme.***

1) ***Construire les points*** E ***et*** F ***tels que:***

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ***et*** $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$

2) ***Montrer que les points :*** E , C ***et*** F ***sont alignés.***

CORRECTION :

ABCD un parallélogramme signifie que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ *et* $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = -2\left(-\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = -2\overrightarrow{CE}$

Donc : $\overrightarrow{CF} = -2\overrightarrow{CE}$ *alors les points C, E et F sont alignées.*

EXERCICE 10 :

Soit ABC ***un triangle tel que*** $\hat{ABC} = 30°$, K ***le milieu de*** $[AB]$.

1) ***Construire le point*** E ***l'image de*** B ***par la translation de vecteur*** $\overrightarrow{CK}$.

2) ***Construire le point*** F ***l'image de*** A ***par la translation de vecteur*** $\overrightarrow{CK}$.

3) ***Déterminer la mesure de l'angle*** $F\hat{E}K$.

4) ***Construire le point*** N ***tel que*** $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{KB}$ ***et montrer que*** B ***le milieu de*** $[NE]$.

CORRECTION :

K le milieu de $[AB]$ signifie que $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) *On a : le point E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CK}$.signifie que :* $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CK}$.

2) *On a : le point F l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CK}$.signifie que :* $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CK}$.

3) *Déterminons la mesure de langle $F\hat{E}K$.*

$$\left.\begin{array}{l} F \text{ l'image de } A \text{ par la translation de vecteur } \overrightarrow{CK} \\ E \text{ l'image de } B \text{ par la translation de vecteur } \overrightarrow{CK} \\ K \text{ l'image de } C \text{ par la translation de vecteur } \overrightarrow{CK} \end{array}\right\}$$

donc $F\hat{E}K$ l'image de $A\hat{B}C$ par $t_{\overrightarrow{CK}}$ d'ou $F\hat{E}K = A\hat{B}C = 30°$.

4) *Montrons que B est le milieu de $[NE]$.*

$\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BE}$ *donc : B est le milieu de $[NE]$.*

EXERCICE 11 :

Soit ABC ***un triangle,*** I , J ***et*** K ***trois points tels que :*** $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ ***et*** $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

Montrer que I , J ***et*** K ***sont alignés.***

CORRECTION :

Les points I ,J et K sont alignés si$\left(\ \overrightarrow{IK}=a\overrightarrow{IJ}\right)$.

$\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$\overrightarrow{IJ}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$6\overrightarrow{IJ}=5\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}$ et $15\overrightarrow{IK}=-10\overrightarrow{AC}+6\overrightarrow{AB}=-2\left(5\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}\right)=-2\times6\overrightarrow{IJ}=-12\overrightarrow{IJ}$

$15\overrightarrow{IK}=-12\overrightarrow{IJ}$ signifie que $\overrightarrow{IK}=\frac{-12}{15}\overrightarrow{IJ}$ soit $\overrightarrow{IK}=\frac{-4}{5}\overrightarrow{IJ}$

Donc:les points I ,J et K sont alignés.

EXERCICE 12:

Soit** $ABCD$ **un parallélogramme.

1) ***Déterminer l'image de** A **par la translation qui transforme** B **en** C **(Justifier).***
2) ***Construire le point** E **l'image de** B **par la translation du vecteur** $\overrightarrow{AC}$ **.***
3) ***Montrer que** C **est le milieu** $[DE]$**.***

CORRECTION :

1) On a: D est l'image de A par la translation qui transforme B en C car $ABCD$ parallèlogramme d'ou $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

2) On a: E est l'image de B par la translation qui transforme de vecteur$\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC}$

3) On a: $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$ or $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{DC}$ alors C est le milieu de $[DE]$.

EXERCICE 13 :

Soit** A **,** B **,** C **et** D **quatre points tels que :** $\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{DB}$ **,

Montrer que les droites** (BC) **et** (AD) **sont parallèles.

CORRECTION :

Les droites (BC) *et* (AD) sont paralléles si$\left(\ \overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{AD}\right)$.

$\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{DB}$ signifie que $\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}=5\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}\right)$ soit $\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{DA}+5\overrightarrow{AB}$

alors $-4\overrightarrow{AB}-5\overrightarrow{DA}+4\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ et $4\overrightarrow{BA}+4\overrightarrow{AC}=5\overrightarrow{DA}$ donc $4\overrightarrow{BC}=5\overrightarrow{DA}$ soit $\overrightarrow{BC}=\frac{5}{4}\overrightarrow{DA}$

Donc:les droites (BC) *et* (AD) sont paralléles.

EXERCICE 14 :

Soit** ABC **un triangle rectangle en** A **,** E **le milieu de** $[BC]$**.

1) ***Construire le point** F **l'image de** B **par la translation de vecteur** $\overrightarrow{AE}$ **.***
2) ***Construire le point** G **l'image de** C **par la translation de vecteur** $\overrightarrow{AE}$ **.***
3) ***Déterminer la mesure de l'angle** $F\hat{E}G$ **.***
4) ***Montrer que** G **l'image de** F **par la translation de vecteur** $\overrightarrow{BC}$ **.***

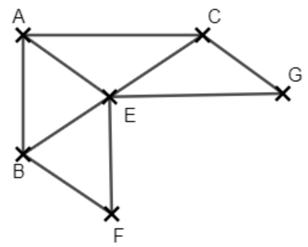
CORRECTION :

E le milieu de $[BC]$ signifie que $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

1) On a: le point F l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$ signifie que: $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AE}$.

2) On a: le point G l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$ signifie que: $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AE}$.

3) Déterminons la mesure de langle $F\hat{E}G$.



F l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$
E l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$
G l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$

$F\hat{E}G$ l'image de $B\hat{A}C$ par la translation t donc $F\hat{E}G=B\hat{A}C=90°$.

4) Montrons que G l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ $BCGF$ parallélogramme signifie que $\left(\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FG}\right)$.

$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AE}$ donc $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{CG}$ donc $BCGF$ est un parallélogramme.

donc $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FG}$ alors G l'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

EXERCICE 15 :

Soit $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ ***et*** $\overrightarrow{EF}$ ***des vecteurs tels que :*** $\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MN}\right)$ ***et***

$\overrightarrow{EF}=4\overrightarrow{DC}-6\overrightarrow{MN}-3\left(\overrightarrow{EF}-2\overrightarrow{DC}\right)$. ***Montrer que :*** (AB) ***et*** (DC) ***sont parallèles.***

CORRECTION :

On a : $\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MN}\right)$ et $\overrightarrow{EF}=4\overrightarrow{DC}-6\overrightarrow{MN}-3\left(\overrightarrow{EF}-2\overrightarrow{DC}\right)$

$\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MN}\right)$ signifie que : $2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}\right)=3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MN}\right)$

Soit : $2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{EF}=3\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{MN}$ alors $3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{EF}+3\overrightarrow{MN}$ d'ou $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{EF}+3\overrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{EF}=4\overrightarrow{DC}-6\overrightarrow{MN}-3\left(\overrightarrow{EF}-2\overrightarrow{DC}\right)=4\overrightarrow{DC}-6\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{EF}+6\overrightarrow{DC}$ signifie que :

$10\overrightarrow{DC}=4\overrightarrow{EF}-6\overrightarrow{MN}$ alors : $5\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{EF}+3\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}$. Donc : $\overrightarrow{AB}=5\overrightarrow{DC}$ alors: (AB) et (DC) sont parallèles.

EXERCICE 16 :

Soit $ABCD$ ***un parallélogramme*** E , ***et*** F ***deux points tells que:*** $\overrightarrow{DE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ ***et*** $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

1) ***Exprimer les vecteurs*** $\overrightarrow{BF}$ ***et*** $\overrightarrow{BE}$ ***en fonction de*** $\overrightarrow{AB}$ ***et*** $\overrightarrow{BC}$.
2) ***Montrer que*** E , B ***et*** F ***sont alignés.***

CORRECTION :

1) On a : $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

et $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\frac{5}{2}\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

donc : $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$

2) Montrons que les points B , E et F sont alignés.

On a : $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ alors : $3\overrightarrow{BF}=-2\overrightarrow{BE}$ soit $\overrightarrow{BF}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BE}$

Donc: les points B , E et F sont alignés.