SERIE 5 CORRECTION
COORDONNÉES D'UN VECTEUR

EXERCICE 1:

Dans un repère $(O;I;J)$, on considère les points:

$A(-8;4)$ *,* $B(-2;7)$ *,* $C(6;3)$ *,* $D(3;-3)$ *et* $E(-3;-6)$

1) *Calculer les coordonnées du vecteur :* $\overrightarrow{AB}$*,* $\overrightarrow{OC}$ *,* $\overrightarrow{ED}$ *,* $\overrightarrow{BC}$ *.*
2) *Déterminer la nature des quadrilatères* $ABDE$ *et* $OABC$*.*

CORRECTION:

1) On a : $\begin{cases} x_B - x_A = -2+8 = 6 \\ y_B - y_A = 7-4 = 3 \end{cases}$ D'où $\overrightarrow{AB}(6;3)$ et $\begin{cases} x_C - x_O = 6-0 = 6 \\ y_{BC} - y_O = 3-0 = 3 \end{cases}$ D'où $\overrightarrow{OC}(6;3)$.

On a : $\begin{cases} x_D - x_E = 3+3 = 6 \\ y_D - y_E = -3+6 = 3 \end{cases}$ D'où $\overrightarrow{ED}(6;3)$ et $\begin{cases} x_C - x_B = 6+2 = 8 \\ y_{BC} - y_B = 3-7 = -4 \end{cases}$ D'où $\overrightarrow{BC}(8;-4)$.

2) * Nature de $ABDE$: On a: $\overrightarrow{AB}(6;3)$ et $\overrightarrow{ED}(6;3)$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. Alors : $ABDE$ est un parallélogramme.

* Nature de $OABC$: On a:$\overrightarrow{AB}(6;3)$ et $\overrightarrow{OC}(6;3)$ donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$. *Alors :* $OABC$ est un parallélogramme.

EXERCICE 2:

Dans un repère$(O;I;J)$, on considère les vecteurs:

$\vec{u}(2x+1;a+4)$ *;* $\vec{v}(2;2)$ *;* $\vec{t}(a+1;2b-3)$ *et* $\vec{r}(2a-3;3)$.

1) *Calculer* a *et* b *sachant que :* $\vec{t} = \vec{r}$ *.*
2) *Calculer* a *et* x *sachant que :* $2\vec{u} - 3\vec{v} = \vec{0}$*.*

CORRECTION:

1) On a : $\vec{t} = \vec{r}$ signifie que $\begin{cases} a+1 = 2a-3 \\ 2b-3 = 3 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} a-2a = -3-1 \\ 2b = 3+3 \end{cases}$ alors $\begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$.

2) On a : $2\vec{u} - 3\vec{v} = \vec{0}$ signifie que $2\vec{u} = 3\vec{v}$ d'où $\begin{cases} 2(2x+1) = 6 \\ 2(a+4) = 6 \end{cases}$ soit $\begin{cases} 4x+2 = 6 \\ 2a+8 = 6 \end{cases}$ alors $\begin{cases} x = 1 \\ a = -1 \end{cases}$

EXERCICE 3:

Dans un repère$(O;I;J)$*, on considère les points* $A(3;4)$, $B(-1;\ 2)$ *et* $C(1;\ -2)$.

1) *Calculer les coordonnées du point* E *milieu de* $[AC]$.
2) *Calculer les coordonnées du vecteur*$\overrightarrow{AB}$ *.*
3) *Soit* $D(x;y)$*. Calculer* x *et* y *sachant que* $ABCD$ *est un parallélogramme.*

CORRECTION:

1) On a : $x_E = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ et $y_E = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ d'où $E(2\ ;1)$.

2) On a: $x_B - x_A = -1-3 = -4$ et $y_B - y_A = 2-4 = -2$ d'où $\overrightarrow{AB}(-4;-2)$.

3) $ABCD$ parallélogramme donc : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ soit:

$\begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases}$ alors $\begin{cases} x_D - 3 = 2 \\ y_D - 4 = -4 \end{cases}$ d'ou $\begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = 0 \end{cases}$ donc $D(5;0)$.

EXERCICE 4:

Dans un repère $(O;I;J)$*, on considère les points* $A(2;4)$, $B(5;1)$ *et* $C(-3;-1)$.

1) *Calculer les coordonnées du point* E *milieu de* $[BC]$.
2) *Déterminer la nature du triangle* ABC.
3) *Calculer* S *la surface du triangle* ABC.

CORRECTION:

1) *On a* : $x_E = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ et $y_E = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{0}{2} = 0$ d'où $E(1\,;0)$.

2) *On a* : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (5-2)^2 + (1-4)^2 = 3^2 + (-3)^2 = 9 + 9 = 18$

$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = (-3-2)^2 + (-1-4)^2 = (-5)^2 + (-5)^2 = 25 + 25 = 50$

$BC^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = (5+3)^2 + (1+1)^2 = 8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$

Nous remarquons que:$AB^2 + AC^2 = BC^2$ et d'apres la reciproque de Pythagore on a: ABC rectangle en A.

3) Calculeons S la surface du triangle ABC

$S^2 = \dfrac{AC^2 \times AB^2}{4} = \dfrac{50 \times 18}{4} = 25 \times 9$ *d'ou* $S = \sqrt{25 \times 9} = 5 \times 3 = 15$.

EXERCICE 5 :

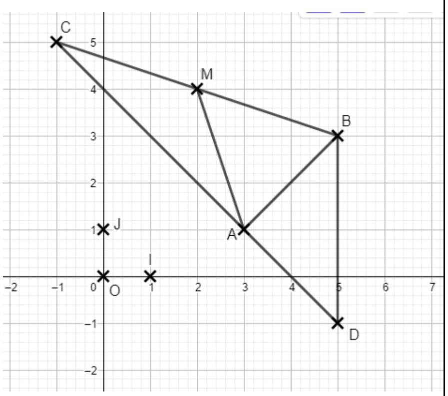
Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O;I;J)$.

1) *Construire les points :* $A(3;1)$, $B(5;3)$ *et* $C(-1;5)$
2) *Montrer que* $\overrightarrow{AB}(2;2)$ *puis calculer la longueur du segment* $[AB]$.
3) *Déterminer les coordonnées du point* M *milieu du segment* $[BC]$.
4) *Calculer les coordonnés de* D *sachant que* $\overrightarrow{AD}(2;-2)$.
5) *a) Calculer les coordonnées des vecteurs* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *tels que :* $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$ *et* $\vec{v} = 3\overrightarrow{AD}$
   b) En déduire que A, C *et* D *sont alignés.*
6) *Compléter la figure.*

CORRECTION:

1) On a: $x_B - x_A = 5 - 3 = 2$ et $y_B - y_A = 3 - 1 = 2$

D'où $\overrightarrow{AB}(2;2)$ et $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$



2) M milieu de $[BC]$ signifie que :

$x_M = \dfrac{x_C + x_B}{2} = \dfrac{5-1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ et $y_M = \dfrac{y_C + y_B}{2} = \dfrac{5+3}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$

D'où $M(2;4)$.

3) On a: $\begin{cases} x_D - x_A = 2 \\ y_D - y_A = -2 \end{cases}$ D'où $\begin{cases} x_D = 2 + x_A = 2 + 3 = 5 \\ y_D = -2 + y_A = -2 + 1 = -1 \end{cases}$

donc $D(5;-1)$.

4) a) On trouve: $\vec{u}(6;-6)$ et $\vec{v}(6;-6)$.

b) Montrons que A, C *et* D sont alignés. On a: $\vec{u} = \vec{v}$ signifie que $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AD}$

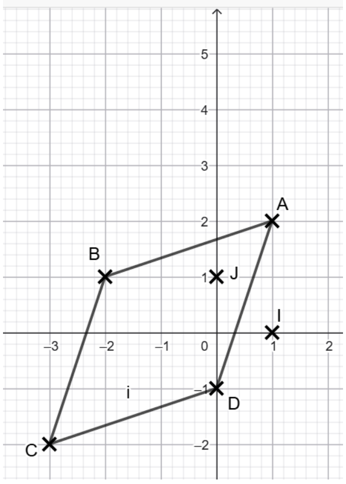
donc $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AD}$ alors A, C et D sont alignés.

EXERCICE 6 :

On considère un repère orthonormé $(O;I;J)$. L'unité est le centimètre.

1) ***Dans ce repère, placer les points :*** $A\ (1;2)$, $B\ (-2;1)$ ***et*** $C(-3\,;-2)$.
2) ***Calculer les coordonnées du vecteur*** $\overrightarrow{BC}$.
3) ***Calculer les distances*** AB ***et*** BC.
4) ***Construire le point*** D***, image du point*** A ***par la translation qui transforme*** B ***en*** C.
5) ***Démontrer que le quadrilatère*** $ABCD$ ***est un losange.***

CORRECTION :



1) *Dans ce repère, placer les points :*

$A\ (1;2)\ ,B\ (-2;1)\ et\, C\ (-3;-2).\ (\ voir\ ci-contre)$

2) *Calculer les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BC}$ *a pour coordonnée :*

$x_C - x_B = -3-(-2) = \ -1\ et\ y_C - y_B = -2-1 = -3$

3) *Calculons les distances AB et BC.*

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

4) *On a D l'image du point A par la translation qui transforme B en C.*

donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}\ \ (\ voir\ ci-contre)$

5) *Démontrons que le quadrilatère ABCD est un losange.*

On a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ *donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.*

Deux côtés consécutifs AB et BC ont même longueur, le parallélogramme est donc un losange