

SERIE 5 CORRECTION

ORDRE ET OPÉRATIONS

EXERCICE 1:

Compléter en utilisant: \leq ou \geq .

$$0 \dots \frac{-5}{2} \quad ; \quad \frac{1}{2} \dots -\frac{1}{2} \quad ; \quad -57 \dots -0,5 \quad ; \quad 25 \dots -1 \quad ; \quad 41,5 \dots 0 .$$

CORRECTION: On a : $0 \geq \frac{-5}{2}$; $\frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2}$; $-57 \leq -0,5$; $25 \geq -1$; $41,5 \geq 0$.

EXERCICE 2:

1) a est un nombre rationnel tel que : $2a - 6 \leq a - 8$. Montrer que $a \leq -2$.

2) b est un nombre rationnel tel que : $b - 3(2b - 4) \leq 4b - 6$.

Montrer que $b \geq 2$.

CORRECTION:

1) on a: $2a - 6 \leq a - 8$ signifie que: $2a - 6 + 6 \leq a - 8 + 6$ soit $2a \leq a + 2$ d'où $2a - a \leq a + 2 - a$ soit $a \leq -2$.

2) on a: $b - 3(2b - 4) \leq 4b - 6$ alors $b - 6b + 12 \leq 4b - 6$ d'où $-5b + 12 - 12 \leq 4b - 6 - 12$
soit $-5b \leq 4b - 18$ alors $-5b - 4b \leq 4b - 4b - 18$ d'où $-9b \leq -18$ soit $b \geq 2$.

EXERCICE 3:

a et b deux nombres rationnel tels que : $a + 3 \geq 7$ et $b - 3 \leq 2$.

1) Montrer que $a \geq 4$ et $b \leq 5$.

2) Montrer que $a - b \geq -1$.

CORRECTION:

1) On a: $a + 3 \geq 7$ signifie que: $a + 3 - 3 \geq 7 - 3$ soit $a \geq 4$.

On a: $b - 3 \leq 2$ signifie que: $b - 3 + 3 \leq 2 + 3$ d'où $b \leq 5$ soit $b \leq 5$.

2) On a: $a \geq 4$ et $-b \geq -5$ alors: $a + (-b) \geq 4 + (-5)$ d'où $a - b \geq -1$.

EXERCICE 4:

1) Comparer a et b dans chaque cas : $a - b = -2$; $a - b = 2$; $a - b = 0$.

2) x et y deux nombres rationnels tels que: $x \geq y$.

Comparer: $x + 11,5$ et $y + 7,5$; $5 - x$ et $7 - y$.

CORRECTION:

1) $a - b = -2$ signifie que: $a - b < 0$ donc $a < b$.

$a - b = 2$ signifie que: $a - b > 0$ donc $a > b$.

$a - b = 0$ signifie que: $a = b$.

2) On a $x + 11,5$ et $y + 7,5$ alors $(x + 11,5) - (y + 7,5) = x + 11,5 - y - 7,5 = x - y + 4 = (x - y) + 4$
puisque $x \geq y$ alors: $(x - y) \geq 0$ donc $x - y + 4 \geq 0$ soit $x + 11,5 \geq y + 7,5$

On a $5 - x$ et $7 - y$ alors: $(5 - x) - (7 - y) = 5 - x - 7 + y = -x + y - 2 = -(x - y) - 2$

puisque $x \geq y$ alors: $(x - y) \geq 0$ d'où $-(x - y) \leq 0$ soit $-(x - y) - 2 \leq 0$ donc $5 - x \leq 7 - y$.

EXERCICE 5:

- 1) Comparer m et n tels que : $3m = 4$ et $6n = 10$
2) a un nombre rationnel . Comparer : $a - 11$ et $a + 7$
3) x et y deux nombres rationnels tel que: $x \geq -3$ et $y \leq -2$.
a) Comparer: $x + 3$ et $y + 2$.
b) Déterminer le signe de A tel que : $A = 2x - 3y$

CORRECTION:

- 1) On a: $m = \frac{4}{3}$ et $n = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ puisque $5 > 4$, alors $\frac{5}{3} > \frac{4}{3}$ soit $n > m$.
2) On a: $a - 11$ et $a + 7$ puisque $-11 < 7$ alors $-11 + a < 7 + a$ soit $a - 11 < a + 7$.
3) On a: $x \geq -3$ et $y \leq -2$.
a) Comparons: $x + 3$ et $y + 2$.
On a: $x \geq -3$ donc $x + 3 \geq -3 + 3$ soit et $y \leq -2$ donc $y + 2 \leq -2 + 2$ soit $y + 2 \leq 0$
Remarque $x + 3$ positif et $y + 2$ négatif alors $y + 2 \leq x + 3$.
b) Déterminons le signe de A tel que: $A = 2x - 3y$.
On a: $x \geq -3$ et $y \leq -2$ donc $2x \geq -6$ et $-3y \geq 6$ d'où $2x + (-3y) \geq -6 + 6$ soit $2x - 3y \geq 0$.

EXERCICE 6:

a et b deux rationnels tels que: $-3 \leq a \leq -1$ et $1 \leq b \leq 3$. Encadrer : $M = b - a + ab$

CORRECTION:

On a: $-3 \leq a \leq -1$ et $1 \leq b \leq 3$

Encadrement de $M = b - a + ab$ on a: $\left. \begin{array}{l} 1 \leq b \leq 3 \\ 1 \leq -a \leq 3 \end{array} \right\}$ donc $1 + 1 \leq b - a \leq 3 + 3$ alors $2 \leq b - a \leq 6$

Encadrement de ab on a:

$\left. \begin{array}{l} 1 \leq b \leq 3 \\ 1 \leq -a \leq 3 \end{array} \right\}$ donc $1 \times 1 \leq b \times (-a) \leq 3 \times 3$ alors $1 \leq -ab \leq 9$ d'où $-9 \leq ab \leq -1$

Encadrement de M on a:

$2 \leq b - a \leq 6$ et $-9 \leq ab \leq -1$ alors $2 + (-9) \leq b - a + ab \leq 6 - 1$ donc $-7 \leq M \leq 5$

EXERCICE 7:

Résoudre les inéquations suivantes : $x + \frac{1}{2} \leq 1$; $x - 1 \geq \frac{1}{2}$; $-\frac{2}{5} + x < -1$; $-x + \frac{1}{2} > -1$.

CORRECTION:

- * On a: $x + \frac{1}{2} \leq 1$ soit $x \leq 1 - \frac{1}{2}$ d'où $x \leq \frac{1}{2}$ alors tous nombres inférieur ou égal à $\frac{1}{2}$ est solution de l'inéquation.
* On a: $x - 1 \geq \frac{1}{2}$ soit $x \geq \frac{1}{2} + 1$ d'où $x \geq \frac{3}{2}$ alors tous nombres supérieur ou égal à $\frac{3}{2}$ est solution de l'inéquation.
* On a: $-\frac{2}{5} + x < -1$ soit $x < -1 + \frac{2}{5}$ d'où $x < -\frac{3}{5}$ alors tous nombres strictement inférieur à $-\frac{3}{5}$ est solution de l'inéquation.
* On a: $-x + \frac{1}{2} > -1$ soit $-x > -1 - \frac{1}{2}$ d'où $x > \frac{3}{2}$ alors tous nombres strictement supérieur à $\frac{3}{2}$ est solution de l'inéquation.

EXERCICE 8 :**Résoudre les inéquations suivantes :**

$$-x+1 < 4 \quad ; \quad -2x-3 > 5 \quad ; \quad 3x+5 \leq 2 \quad ; \quad -5x-3 \geq -2x.$$

CORRECTION :* On a: $-x + 1 < 4$ soit $-x < 4 - 1$ d'ou $-x < 3$ alors $x > -3$.Tous nombres strictement supérieurs à -3 est solution de l'inéquation.* On a: $-2x - 3 > 5$ soit $-2x > 5 + 3$ d'ou $-2x > 8$ alors $x < -4$.Tous nombres strictement inférieurs à -4 est solution de l'inéquation* On a: $3x + 5 \leq 2$ soit $3x \leq 2 - 5$ d'ou $3x \leq -3$ alors $x \leq -1$.Tous nombres inférieur ou égal à -1 est solution de l'inéquation* On a: $-5x - 3 \leq -2x$ soit $-5x + 2x \leq 3$ d'ou $-3x \leq 3$ alors $x \geq -1$.Tous nombres supérieurs ou égal à -1 est solution de l'inéquation.**EXERCICE 9:** x et y deux nombres reel tels que : $1 \leq x \leq 2$ et $-2 \leq y \leq -1$.**Encadrer :** $A = x + y$, $B = x - y$; $C = xy$ et $D = \frac{x+1}{y+3}$.**CORRECTION :**On a: $1 \leq x \leq 2$ et $-2 \leq y \leq -1$ Encadrement de $A = x + y$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 2 \\ -2 \leq y \leq -1 \end{array} \right\} \text{ donc } 1 + (-2) \leq x + y \leq 2 - 1 \text{ alors } -1 \leq x + y \leq 1 \text{ soit } -1 \leq A \leq 1$$

Encadrement de $B = x - y$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq -y \leq 2 \end{array} \right\} \text{ donc } 1 + 1 \leq x - y \leq 2 + 2 \text{ alors } 2 \leq x - y \leq 4 \text{ soit } 2 \leq B \leq 4$$

Encadrement de $C = xy$

$$\text{on a: } \left. \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 2 \\ 1 \leq -y \leq 2 \end{array} \right\} \text{ soit } 1 \times 1 \leq x \times (-y) \leq 2 \times 2 \text{ alors } 1 \leq -xy \leq 4$$

d'ou $-4 \leq xy \leq -1$ soit $-4 \leq C \leq -1$ Encadrement de $D = \frac{x+1}{y+3}$

$$\text{on a: } 2 \leq x + 1 \leq 3 \text{ et } 1 \leq y + 3 \leq 2 \text{ alors } \frac{1}{2} \leq \frac{1}{y+3} \leq 1 \text{ d'ou } 1 \leq D \leq 3$$

EXERCICE 10:**Résoudre les inéquations suivantes:**

$$\begin{array}{l} 5x - 4 \leq 8 \quad ; \quad 5x + 7 \geq 2 \quad ; \quad 3(x - 2) < x + 4 \\ -3x - 4 \leq 8 \quad ; \quad 3x + 6 \leq 3x - 2 \quad ; \quad 2(2x - 5) \leq 4x + 3 \end{array}$$

CORRECTION :

Résoudre les inéquations suivantes :

* $5x - 4 \leq 8$ signifie que: $5x \leq 8 + 4$ soit $5x \leq 12$ d'où $x \leq \frac{12}{5}$.

Tous nombres inférieur ou égal à $\frac{12}{5}$ est solution de l'inéquation.

* $5x + 7 \geq 2$ signifie que: $5x \geq 2 - 7$ d'où $5x \geq -5$ d'où $x \geq \frac{-5}{5}$ soit $x \geq -1$.

Tous nombres supérieurs ou égal à -1 est solution de l'inéquation.

* $-3x - 4 \leq 8$ signifie que: $-3x \leq 8 + 4$ d'où $-3x \leq 12$ d'où $x \geq \frac{12}{-3}$ soit $x \geq -4$.

Tous nombres supérieurs ou égal à -4 est solution de l'inéquation.

* $3x + 6 \leq 3x$ signifie que: $3x - 3x \leq -6$ soit $0x \leq -6$. L'inéquation n'admet pas de solution.

* $2(2x - 5) \leq 4x + 3$ signifie que: $4x - 10 \leq 4x + 3$ soit $4x - 4x \leq 3 + 10$ d'où $0x \leq 13$.

L'inéquation admet tout nombre comme solution.