

SERIE 7 CORRECTION

EQUATION D'UNE DROITE

Dans tout exercice le plan est rapporté au repère orthonormé $(O;I;J)$.

EXERCICE 1 :

A et B sont deux points tels que: $A(2;1)$ et $B(5;5)$

- 1) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) .*
- 2) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A et sa pente est 2.*
- 3) Déterminer l'équation réduite de (Δ) qui passe par B et son ordonnée à l'origine est -5 .*

CORRECTION :

1) Déterminons la pente de la droite (AB) . Soit $(AB): y = mx + p$

Calculons m : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-1}{5-2} = \frac{4}{3}$ alors $(AB): y = \frac{4}{3}x + p$.

Déterminons l'équation réduite de la droite (AB) . On a $(AB): y = \frac{4}{3}x + p$.

Calculons p : A est un point de (AB) alors $\frac{4}{3}x_A + p = y_A$ d'où $p = y_A - \frac{4}{3}x_A$

$p = 1 - \frac{8}{3} = -\frac{5}{3}$ Soit $(AB): y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$.

2) Déterminons l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A et sa pente est 2.

Soit $(D): y = mx + p$ or $m = 2$ donc $(D): y = 2x + p$.

Calculons p : A est un point de (D) alors $2x_A + p = y_A$ d'où $p = y_A - 2x_A$

$p = 1 - 4 = -3$ Soit $(D): y = 2x - 3$.

3) Déterminons l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par B et son ordonnée à l'origine est -5 .

Soit $(D): y = mx + p$ or $p = -5$ donc $(\Delta): y = mx - 5$.

Calculons m : B est un point de (Δ) alors $mx_B - 5 = y_B$ d'où $5m = 5 + 5$

$m = 2$. Soit $(\Delta): y = 2x - 5$.

EXERCICE 2 :

Soit: $y = -2x + 1$ l'équation réduite de la droite (L) .

- 1) Déterminer parmi les points suivants ceux qui appartiennent à la droite (L)*

$A(1;3)$, $B(3;-5)$, $C(-2;5)$, $D(0;-1)$ et $E(1;-1)$.

- 2) Déterminer le réel a sachant que $M(2a-1;-5)$ est un point de (L) .*

CORRECTION :

Soit $(L): y = -2x + 1$ et $A(1;3)$, $B(3;-5)$, $D(0;-1)$, $C(-2;5)$ et $E(1;-1)$

1) On a: $y_A = -2x_A + 1 = -2 \times 1 + 1 = -2 + 1 = -1 \neq 3$ donc A n'appartient pas à (L) .

On a: $y_B = -2x_B + 1 = -2 \times 3 + 1 = -6 + 1 = -5$ donc B appartient à (L) .

On a: $y_D = -2x_D + 1 = -2 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1 \neq -1$ donc D n'appartient pas à (L) .

On a: $y_C = -2x_C + 1 = -2 \times (-2) + 1 = 4 + 1 = 5$ donc C appartient à (L) .

On a: $y_E = -2x_E + 1 = -2 \times 1 + 1 = -2 + 1 = -1$ donc E appartient à (L) .

2) $M(2a-1;-5)$ appartient à (L) donc $-2x_M + 1 = y_M$ d'où $-2(2a-1) + 1 = -3$

soit $-4a + 2 + 1 = -5$ alors $a = 2$ et $M(3;-5)$.

EXERCICE 3:

(D), (Δ) et (L) des droites tels que : (D): $y = 3x + 1$, (Δ): $y = 3(x + 1) - 1$ et (L): $y = 1 - \frac{2}{6}x$

1) A-t-on (D) et (Δ) parallèle? Justifier.

2) A-t-on (D) et (L) perpendiculaires? Justifier.

3) Déterminer les coordonnées du point M l'intersection de (D) et (L).

CORRECTION:

1) On a: (D): $y = 3x + 1$ et (Δ): $y = 3(x + 1) - 1$ soit (Δ): $y = 3x + 3 - 1$

(D) et (Δ) sont parallèles car ils ont même pente 3.

2) On a: (D): $y = 3x + 1$ et (L): $y = 1 - \frac{2}{6}x$. Les droites (D) et (L) perpendiculaires car $3 \times \left(-\frac{2}{6}\right) = -1$.

3) Déterminons les coordonnées du point M l'intersection de (D) et (L).

résolution de l'équation $3x + 1 = 1 - \frac{2}{6}x$ soit $9x + 3 = 3 - x$ d'où $9x + x = 0$ alors $x = 0$ et $y = 1$ alors M (0;1)

EXERCICE 4:

1) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A(2;3) et parallèle à la droite (L) d'équation réduite. $y = 3x + 5$:

2) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par A(2;3) et perpendiculaire à la droite (L') d'équation: $2y - 1 = 3x$.

CORRECTION:

1) Déterminons l'équation réduite de la droite (D).

Déterminons la pente de la droite (D). Soit (D): $y = mx + p$

Calculons m: (D) || (L) alors $m = 3$ et (L): $y = 3x + p$.

Calculons p: A(2;3) est un point de (D) alors $3x_A + p = y_A$ d'où $p = y_A - 3x_A$

$p = 3 - 6 = -3$ Soit (D): $y = 3x - 3$.

2) Déterminons l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par A et perpendiculaire à (L').

Soit (Δ): $y = mx + p$ or $\frac{3}{2}m = -1$ donc (Δ): $y = -\frac{2}{3}x + p$.

Calculons p: A(2;3) est un point de (Δ) alors $-\frac{2}{3}x_A + p = y_A$ d'où $p = y_A - \frac{2}{3}x_A$

$p = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$ Soit (Δ): $y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$.

EXERCICE 5:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O;I;J),

1) a) Placer les points : A(3;0), B(4;2) et C(1;4).

b) Déterminer les coordonnées du vecteur \overline{AB} et calculer AB.

c) Déterminer les coordonnées du point M le milieu du segment [AC].

2) Vérifie que les points A et B appartiennent à la droite (L) d'équation : $y = 2x - 6$.

3) Soit (D) la droite parallèle à la droite (L) et qui passe par le point C.

a) Détermine le coefficient directeur de la droite (D).

b) En déduis l'équation réduite de la droite (D).

4) Soit (D') la droite d'équation : $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

a) Construire la droite (D')

b) Montre que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

CORRECTION :

1) Voir figure ci-contre.

2) On a : $A(3;0)$ et $B(4;2)$. On a : $\overline{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ alors $\overline{AB}(4-3;2-0)$ d'où $\overline{AB}(1;2)$. On a $\overline{AB}(1;2)$ alors $AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

3) Soit $M(x_M; y_M)$ le milieu du segment $[AC]$ alors :

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+4}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ et } M(2;2).$$

4) Nous avons : (L) : $y = 2x - 6$

$$\begin{cases} y_A = 2x_A - 6 = 6 - 6 = 0 \text{ donc } A \in (L) \\ y_B = 2x_B - 6 = 8 - 6 = 2 \text{ donc } B \in (L) \end{cases} \text{ alors } (AB) : y = 2x - 6.$$

5) On a (D) la droite parallèle à la droite (L) et qui passe par le point C.

Donc (D) et (L) ont même coefficient directeur alors

$$(D) : y = 2x + p$$

$C(1;4)$ est un point de (D) alors $x = x_C = 1$ et $y = y_C = 4$ et

$$4 = 2 \times 1 + p \text{ soit } 4 - 2 = p \text{ alors } p = 2 \text{ d'où } (D) : y = 2x + 2.$$

On a : (D') : $y = -\frac{1}{2}x + 2$ et (D) : $y = 2x + 2$. comme $-\frac{1}{2} \times 2 = -1$ alors $(D) \perp (D')$.

