SERIE 8 CORRECTION SYSTEME D'EQUATIONS

EXERCICE 1 :

On considère les équations suivantes : $(E_1): 2x+3y=-5$ *et* $(E_2): 2x-y=7$

1) *A-t-on le couple* $(-1;2)$ *solution de l'équation* (E_1) ? *Justifier.*
2) *A-t-on le couple* $(1;-2)$ *solution de l'équation* (E_2) ? *Justifier.*
3) *A-t-on le couple* $(2;-3)$ *solution de l'équation* (E_1) ? *Justifier.*
4) *A-t-on le couple* $(2;-3)$ *solution de l'équation* (E_2) ? *Justifier.*
5) *En déduire la solution du système :* $\begin{cases} 2x+3y=-5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$.

CORRECTION :

1) On a : $x=-1$ et $y=2$ donc: $2x+3y=2(-1)+3\times 2=-2+6=4\neq -5$

Conclusion :Le couple $(-1;2)$ n'est pas solution de l'équation (E_1).

2) On a : $x=1$ et $y=-2$ donc: $2x-y=2\times 1-(-2)=2+2=4\neq 7$

Conclusion :Le couple $(1;-2)$ n'est pas solution de l'équation (E_2).

3) On a : $x=2$ et $y=-3$ donc: $2x+3y=2\times 2+3\times(-3)=4-9=-5$

Conclusion :Le couple $(2;-3)$ est solution de l'équation (E_1).

4) On a : $x=2$ et $y=-3$ donc: $2x-y=2\times 2-(-3)=4+3=7$

Conclusion :Le couple $(2;-3)$ est solution de l'équation (E_2).

5) On a : Le couple $(2;-3)$ solution de (E_1) et solution de (E_2)

donc: $(2;-3)$ est le couple solution du systéme (S).

EXERCICE 2 :

On considère le système (S) *suivant :* $\begin{cases} 3x+y=9 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

1) *A-t-on le couple* $(1;6)$ *solution du système* (S) ? *Justifier.*
2) *A-t-on le couple* $(1;1)$ *solution de système* (S) ? *Justifier.*
3) *A-t-on le couple* $(2;3)$ *solution de système* (S) ? *Justifier*

CORRECTION :

1) On a : $x=1$ et $y=6$ donc: $\begin{cases} 3x+y=3+6=9 \\ 2x-y=2-6=-4\neq 1 \end{cases}$

Conclusion :Le couple $(1;6)$ n'est pas solution du systéme (S).

2) On a : $x=1$ et $y=1$ donc: $\begin{cases} 3x+y=3+1=4\neq 9 \\ 2x-y=2-1=1 \end{cases}$

Conclusion :Le couple $(1;1)$ n'est pas solution du systéme (S).

3) On a : $x=2$ et $y=3$ donc: $\begin{cases} 3x+y=6+3=9 \\ 2x-y=4-3=1 \end{cases}$

Conclusion : Le couple $(2;3)$ est solution du systéme (S).

EXERCICE 3 :

Soit le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x+8y=4 \end{cases}$

1) Le couple $(2,5\ ;\ 0)$ ***est-il solution de ce système ?***

2) Le couple $(4;-1)$ ***est-il solution de ce système ?***

CORRECTION :

1) *Lorsque* $x=2,5$ *et* $y=0$: $2x+3y=2\times2,5+3\times0=5+0=5$

$(2,5;0)$ *est une solution de la première équation.*

$3x-8y=3\times2,5-8\times0=-7.5\neq-4$ donc $(2,5;0)$ *n'est pas solution de la deuxième équation.*

Conclusion : $(2,5;0)$ *n'est pas solution de ce système.*

2) *Lorsque* $x=4$ *et* $y=-1$: $2x+3y=2\times4+3\times(-1)=8-3=5$

$(4;-1)$ *est une solution de la première équation.* $-3x-8y=-3\times4-8\times(-1)=-12+8=-4$

donc $(4;-1)$ *est solution de la deuxième équation.*

Conclusion : $(4;-1)$ *est solution de ce système.*

EXERCICE 4 :

A l'aide de la méthode de substitution, résoudre les quatre systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x+3y=7 \\ x-y=1 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x+y=3 \\ x-3y=-1 \end{cases}$$

CORRECTION :

Résolution du premier système : $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$

On a : $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+2y=4 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y=5-2x \\ x+2y=4 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y=5-2x \\ x+2(5-2x)=4 \end{cases}$ d'ou $\begin{cases} y=5-2x \\ x+10-4x=4 \end{cases}$

donc $\begin{cases} y=5-2x \\ -3x=-6 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y=5-4 \\ x=2 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$. *Le premier système admet un unique couple solution* : $(2;1)$

Résolution du deuxième système : $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ x-y=1 \end{cases}$

On a : $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ x-y=1 \end{cases}$ soit $\begin{cases} 2(y+1)+3y=7 \\ x=y+1 \end{cases}$ alors $\begin{cases} 2y+2+3y=7 \\ x=y+1 \end{cases}$ d'ou $\begin{cases} 5y=7-2 \\ x=y+1 \end{cases}$

donc $\begin{cases} 5y=5 \\ x=y+1 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y=1 \\ x=1+1 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$. *Le premier système admet un unique couple solution* : $(2;1)$

Résolution du troisième système : $\begin{cases} x+y=3 \\ x-3y=-1 \end{cases}$

On a : $\begin{cases} x+y=3 \\ x-3y=-1 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y=3-x \\ x-3(3-x)=-1 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y=3-x \\ x-9+3x=-1 \end{cases}$ d'ou $\begin{cases} y=3-x \\ 4x=-1+9 \end{cases}$

donc $\begin{cases} y=3-x \\ 4x=8 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y=3-2 \\ x=2 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$. *Le premier système admet un unique couple solution* : $(2;1)$

EXERCICE 5 :

Résoudre par substitution les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y=0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 3x+y=5 \\ 2x-3y=-4 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 3x+y=4 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$$

CORRECTION:

Soit $\begin{cases} x+2y=5 \ (1) \\ 2x-y=0 \ (2) \end{cases}$ signifie que: $\begin{cases} x+2y=5 \ (1) \\ 2x=y \ (2) \end{cases}$

soit: $x+2\times 2x=5$ donc $x+4x=5$ alors: $5x=5$ d'ou $x=1$ et $y=2x=2\times 1=2$.

Conclusion : $(1;2)$ est le couple solution du systéme:Soit $\begin{cases} 3x+y=5 \ (1) \\ 2x-3y=-4 \ (2) \end{cases}$ d'ou: $\begin{cases} y=5-3x \ (1) \\ 2x-3y=-4 \ (2) \end{cases}$

soit: $2x-3(5-3x)=-4$ donc $2x-15+9x=-4$ alors: $11x=-4+15$ d'ou $x=1$ et $y=5-3x=5-3=2$.

Conclusion : $(1;2)$ est le couple solution du systéme:Soit $\begin{cases} 3x+y=4 \ (1) \\ 2x-3y=-1 \ (2) \end{cases}$ d'ou: $\begin{cases} y=4-3x \ (1) \\ 2x-3y=-1 \ (2) \end{cases}$

soit: $2x-3(4-3x)=-1$ donc $2x-12+9x=-1$ alors: $11x=-1+12$ d'ou $x=1$ et $y=4-3x=4-3=1$.

Conclusion : $(1;1)$ est le couple solution du systéme.

EXERCICE 6 :

A l'aide de la méthode de combinaison, résoudre les quatre systèmes suivants :

$$\begin{cases} -x+2y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x-y=-1 \\ 3x+y=5 \end{cases}$$

CORRECTION :

Pour le système $\begin{cases} -x+2y=4 \\ -2x+y=5 \end{cases}$

1) On multiplie chaque équation par un nombre afin que les coefficients de x (ou de y) soient les mêmes. $\begin{cases} -x+2y=4 \\ 4x-2y=-10 \end{cases}$

2) On ajoute ou on soustrait terme à terme les 2 équations pour éliminer y (ou de x):

$-x+2y+(4x-2y)=4+(-10)$

3) On obtient une équation du 1er degré à 1 inconnue que l'on résout :

$-x+2y+4x-2y=-6$ soit $3x=-6$ d'ou $x=-2$

4) On remplace l'inconnue « connue » dans la 1ère équation puis on calcule:

$-x+2y=4$ donc $2+2y=4$ soit $2y=4-2$ alors $y=1$

5) On conclut : Le couple solution est $(-2;1)$.

Pour le système $\begin{cases} x-y=-1 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

On remarque que les coefficient de y sont opposées.

On ajoute les 2 équations pour éliminer y: $x-y+(3x+y)=-1+5$

On obtient une équation du 1er degré à 1 inconnue que l'on résout : $x-y+3x+y=4$ soit $4x=4$ d'ou $x=1$

On remplace par 2 dans la 1ère équation puis on calcule: $1-y=-1$ donc $-y=-1-1$ soit $-y=-2$ alors $y=2$

On conclut : Le couple solution est $(1;2)$.

EXERCICE 5 :

a) Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x+2y=475 \\ x+y=185 \end{cases}$.

b) Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 950 dhs.

Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire on paie 555 dhs.

Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ? Justifier.

CORRECTION :

a) Résolution de système On a : $\begin{cases} 3x+2y=475 \\ x+y=185 \end{cases}$

D'après la deuxieme équation on a : $x=185-y$ ***. Je remplace*** x ***par*** $185-y$ ***dans la premiere équation je trouve :*** $3(185-y)+2y=475$ ***alors*** $555-3y+2y=475$ ***par suite*** $-y=475-555$ ***d'ou*** $-y=-80$ ***alors*** $y=80$

On a $x=185-y=185-80=105$ ***.***

Le couple $(105;80)$ ***est la solution unique de ce système.***

b) Résolution du problème :

- ***Choix des inconnus :***

On appelle x ***le prix du kilogramme de vernis et*** y ***celui du litre de cire.***

- ***Mise en système***

"Pour 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire, on paie 950 dhs." permet d'écrire : $6x+4y=950$

"Pour 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire on paie 555 dhs." fournit : $3x+3y=555$ ***.***

Finalement je trouve le système : $(S):\begin{cases} 6x+4y=950 \\ 3x+3y=555 \end{cases}$ ***soit*** $\begin{cases} 3x+2y=475 \\ x+y=185 \end{cases}$

- ***Résolution du système:***
  D'aprés la question (a) on trouve : $x=105$ ***et*** $y=80$
- ***La vérification :***
  $6x+4y=6\times105+4\times80=630+320=950$ ***et*** $3x+3y=3\times105+3\times80=315+240=555$
- ***La conclusion :***
  Un kilogramme de vernis coûte donc 105 dhs et un litre de cire coûte $80\,dhs$.

EXERCICE 6:

On concedère les systèmes suivantes : $(S):\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+3y=280 \end{cases}$

1) ***Résoudre le systéme*** (S).

2) ***Dans un dépot on trouve deux sortes de boites les premieres pesent*** $6\ kg$ ***chacune et les deuxiemes pesent*** $9\ kg$ ***chacune. Le poid total de l'ensemble des boites est*** $840\ kg$.

   Trouver le nombre de boites de chaque sorte sachant que le nombre de boites de $6\ kg$ ***est le double de celui de*** $9\ kg$.

CORRECTION :

1) Résolution de système On a : $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+3y=280 \end{cases}$.

D'après la première équation on a : $x=2y$ *.Je remplace* x *par* $2y$ *dans la deuxieme équation je trouve :* $2\times 2y+3y=280$ *par suite* $4y+3y=280$ *d'ou* $7y=280$ *alors* $y=40$

On a $x=2y=2\times 40=80$ *.*

Le couple $(80;40)$ *est la solution unique de ce système .*

b) Résolution du problème :

- *Choix des inconnues :*

On appelle x *le poid de boite de 6 kg et* y *celui de poid de 9 kg.*

- *Mise en système: On a :* $6x+9y=840$ *et* $x=2y$.

Finalement je trouve le système : $(S):\begin{cases} 6x+9y=840 \\ x-2y=0 \end{cases}$ *soit* $\begin{cases} x-2y=0 \\ 3x+2y=280 \end{cases}$

- *Résolution du système: D'aprés la question (1) on trouve :* $x=80$ *et* $y=40$
- *La vérification :*

$6x+9y=6\times 80+9\times 40=480+360=840$ *et* $x=2y=2\times 40=80$.

- *La conclusion : Le nombre de boîtes de 6kg est 80 et le nombre de boîtes de 9kg est 40*

EXERCICE 7 :

1) On considère le système : $(S_1):\begin{cases} x+3y=2 \\ 4x+y=3 \end{cases}$.

Est-ce que le couple $(2;-1)$ ***est une solution du système*** (S_1) ***? Justifie votre réponse.***

2) On considère le système : $(S_2):\begin{cases} x+y=43 \\ 3x+5y=163 \end{cases}$.

a) Résoudre le système (S_2).

b) Une entreprise artisanale fabrique deux types d'objets en bois, notés A et B.
Un objet de type A nécessite 3 kg de bois et un objet de type B nécessite 5 kg de bois.
Pendant une journée, l'entreprise a utilisé 163 kg de bois pour fabriquer 43 objets.
Déterminer le nombre d'objets réalisés pour chaque type.

CORRECTION :

3) Résoulution des systeme: On considère le système : $(S):\begin{cases} x+3y=2 \\ 4x+y=3 \end{cases}$

a) Est-ce que le couple $(2;\ -1)$ est une solution du système (S) ? Justifie votre réponse.

Non car dans l'équation : $x+3y=2$ on a: $2+3\times(-1)=-1\neq 2$

b) En utilisant la méthode de substitution, résoudre le système (S). la solution est : $(-1\ ;1)$

b) Si x est le nombre d'objets de type A et y celui d'objets B du type , on a : $\begin{cases} x+y=43 \\ 3x+5y=163 \end{cases}$

soit le système On a : $\begin{cases} x+y=45 \\ 3x+5y=163 \end{cases}$ ou $\begin{cases} 3x+3y=129 \\ 3x+5y=163 \end{cases}$ d'où par différence $2y=163-129=34$,

donc $y=17$. Dans la première équation :$x=43-17=26$.

Le couple $(26;17)$ solution est. par suite. Il y a donc objets 26 du type A et 17 du type B.