SERIE 9 CORRECTION FONCTIONS

EXERCICE 1:

Soit la fonction linéaire f telle que $f(x) = -4x.$

1) *Calculer* $f(3)$; $f(-5)$.
2) *Quel nombre a pour image* 16 ?
3) *Quel nombre a pour image* -20 ?

CORRECTION:

Soit la fonction linéaire f telle que: $f(x) = -4x$.

1) On a : $f(3) = -4\times 3 = -12$ et $f(-5) = -4\times(-5) = 20.$
2) Resolution de l'équation $f(x) = 16.$ alors $x = \dfrac{16}{-4} = -4.$ C'est -4 qui a pour image 16 par f .
3) Resolution de l'équation $f(x) = -20.$ C'est 5 qui a pour image -20 par f .

EXERCICE 2:

1) *Déterminer les fonctions linéaires* f, g, h *tels que:*

   $f(5) = -20$; $g(-3) = -15$; $h(3) = 2.$

2) *Déterminer les fonctions affine* f, g, h *tels que:*

   $f(3) = 1$ et $f(5) = 9$; $g(3) = 9$ et $g(-2) = -11$; $h(2) = -8$ et $h(5) = -14.$

CORRECTION:

1) *Les fonctions* f , g , h *sont des fonctions linéaires, elles sont donc de la forme* ax , *on va donc chercher la valeur du coefficient a pour chacune d'entre elles.*

   $f(5) = -20$ alors $a = \dfrac{f(5)}{5} = \dfrac{-20}{5} = -4$ d'où $f(x) = -4x$

   $g(-3) = -15$ alors $a = \dfrac{g(-3)}{-3} = \dfrac{-15}{-3} = 5$ d'où $g(x) = 5x$

   $h(3) = 2$ alors $a = \dfrac{g(3)}{3} = \dfrac{2}{3}$ d'où $h(x) = \dfrac{2}{3}x$

2) a) *Déterminer la fonction affine f telle que* $f(3) = 1$ et $f(5) = 9$ *f est une fonction affine,* $f(x)$ *s'écrit sous la forme* $ax + b$ *Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de* a et b .

   On utilise les deux données de l'énoncé $f(x) = ax + b$

   $a = \dfrac{f(5) - f(3)}{5-3} = \dfrac{9-1}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ *d'où* $f(x) = 4x + b$ *determinons* b :

   $f(3) = 1$ donc $4\times 3 + b = 1$ soit $b = 1 - 12 = -11$ *alors* $f(x) = 4x - 11$.

   b) *Déterminer la fonction affine* f *telle que* $g(3) = 9$ et $g(-2) = -11$ *f est une fonction affine,* $g(x)$ *s'écrit sous la forme* $ax + b$ *Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de* a et b .

   On utilise les deux données de l'énoncé $g(x) = ax + b$

$a=\dfrac{g(-2)-g(3)}{-2-3}=\dfrac{-11-9}{-5}=\dfrac{-20}{-5}=4$ *d'où* $g(x)=4x+b$ *determinons* b *:*

$g(3)=9$ donc $4\times3+b=9$ soit $b=9-12=-3$ *alors* $g(x)=4x-3$

c) Déterminer la fonction affine h telle que : $h(2)=-8$ et $h(5)=-14$. h *est une fonction affine,* $h(x)$ *donc* $h(x)=ax+b$ *Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de* a et b.

$h(x)=ax+b$ alors $h(2)=2a+b=-8$ et $h(5)=5a+b=-14$

d'où: $\begin{cases}2a+b=-8\\5a+b=-14\end{cases}$ soit $(2a+b)-(5a+b)=-8+14$ alors $-3a=6$

d'où $a=-2$ et $2a+b=-5$ soit $2\times(-2)+b=-5$ donc $b=-1$ et $h(x)=-3x-1$

EXERCICE 3:

Soit la fonction affine f telle que $f(x)=5x+2$.

1) ***Calculer*** $f(3)$; $f(-2)$.
2) ***Quel est l'antécédent de*** 22?
3) ***Quel est l'antécédent de*** -28?

CORRECTION:

Soit la fonction affine f telle que: $f(x)=5x+2$.

1) On a: $f(3)=5\times3+2=15+2=17$ et $f(-2)=5\times(-2)+2=-10+2=-8$
2) Quel est l'antécédent de 22 ?

Resolution de l'équation $f(x)=22$.

On cherche x tel que $f(x)=22$ c'est-à-dire $5x+2=22$ soit $5x=22-2$ alors $5x=20$ d'où $x=4$

L'antécédent de 22 est 4.

3) Quel est l'antécédent de -28 ?

$5x+2=-28$ alors $5x=-28-2$ soit $5x=-30$ et $x=-6$. L'antécédent de -28 est -6.

EXERCICE 4 :

Le plan est rapporté d' un repère orthonormé (O,I,J).

On considère la fonction affine f ***définie par :*** $f(x)=2x-4$ ***et soit*** (D_1) ***est sa représentation graphique dans le repère*** (O,I,J).

1) ***a) Calcule*** $f(0)$ ***et*** $f(1)$.

   b)Détermine le nombre a ***qui a pour image*** 2 ***par*** f .

   c) Le point $H(1;2)$ ***appartient – il à*** (D_1) ***? justifie ta réponse .***

   d) Détermine l'abscisse du point d'intersection de (D_1) ***et l'axe des abscisses .***

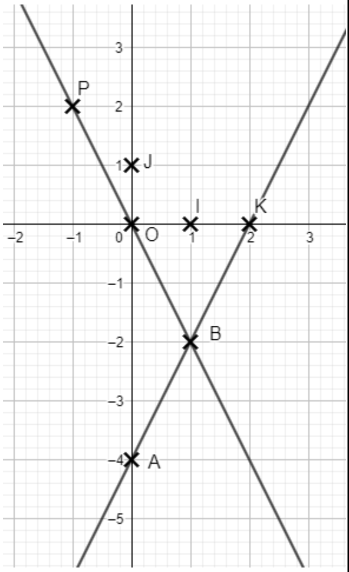
2) g ***la fonction linéaire telle que sa représentation graphique*** (D_2) ***passe par le point*** $P(-1;2)$.

   a) Montre que : $g(x)=-2x$

b) Détermine l'abscisse du point d'intersection de (D_1) *et* (D_2).

c) Construis (D_1) *et* (D_2) *dans un même repère* (O,I,J).

CORRECTION:



On a: $f(x)=2x-4$

1) a) Calculons: $f(0)=2\times 0-4=0-4=-4$ et

$f(1)=2\times 1-4=2-4=-2$ alors $f(0)=-4$ et $f(1)=-2$.

b) Le nombre a, a pour image 2 par f signifie que:

$f(a)=2$ alors $2a-4=2$

par suite $2a=6$ d'où $a=3$ le nombre , qui a pour image 2 par f est 3.

c) Le point $H(1;2)$ appartient - il à (D_1)?

Comme $f(1)=-2\neq 2$ alors le point H n'appartient pas à (D_1).

d) Déterminons l'abscisse du point d'intersection de (D_1) et l'axe des abscisses.

On note K le point d'intersection de (D_1) et l'axe des abscisses alors $y_K=0$.

$K\in(D_1)$ alors $f(x_K)=y_K$ par suite $2x_K-4=0$ donc $x_K=\frac{4}{2}=2$.

l'abscisse du point d'intersection de (D_1) et l'axe des abscisses est : 2d'ou $K(2;0)$.

2) (D_2) passe par le point $P(-1;2)$

a) g est une fonction linéaire alors $g(x)=ax$. Puisque g passe par le point $P(-1;2)$ alors $g(-1)=2$

d'où $a=\frac{g(-1)}{-1}=\frac{2}{-1}=-2$ donc $g(x)=-2x$.

b) Soit $L(x_L;y_L)$ le point d¢intersection de (D_1) et (D_2) alors $f(x_L)=g(x_L)$ donc $2x_L-4=-2x_L$

par suite $2x_L+2x_L=4$ alors $4x_L=4$ d'où $x_L=1$ alors $L(1;-2)$ donc $L=B$.

c) Construction dans un repére orthonormé les representations graphiques de f et g de.

x	*0*	*2*	*1*	*et*	x	*0*	*1*	*-1*
$f(x)$	*-4*	*0*	*-2*		$g(x)$	*0*	*-2*	*2*

EXERCICE 5:

1) *Soit* f *la fonction linéaire tel que:* $f(1)=3$ *et* (D) *sa représentation graphique dans un repère orthonormé* (O,I,J). *Détermine* $f(x)$ *en fonction de* x.

2) *Soit* g *la fonction affine tel que :* $g(-1)=-1$ *et* (Δ) *sa représentation graphique passe par le point* $A(-2,-3)$.

a) Montre que: $g(x)=2x+1$

b) Calcule $g(0,5)$ *et détermine l'antecedant de* 5.

3) *Détermine algebriquement le couple des coordonnées du point d'intersection des deux*

droites (D) *et* (Δ).

4) *Trace les droites* (D) *et* (Δ) *dans le repère* (O,I,J).

CORRECTION:

1) Soit f la fonction linéaire tel que: $f(1)=3$ et (D) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O,I,J). f est une fonction lineaire donc $f(x)=ax$ puisque $f(1)=3$ alors : $a=\frac{f(1)}{1}=\frac{3}{1}=3$ donc $f(x)=3x$

2) Soit g la fonction affine tel que : $g(-1)=-1$ et sa représentation graphique (Δ) passe par le point $A(-2,-3)$.

a) g est une fonction affine donc $g(x)=ax+b$ puisque $g(-1)=-1$ et $g(-2)=-3$ alors:

$$a=\frac{g(-1)-g(-2)}{-1-(-2)}=\frac{-1-(-3)}{-1+2}=\frac{-1+3}{1}=2 \text{ donc } g(x)=2x+b.$$

Calcule de b: On a: $g(-1)=-1$ d'ou $2\times(-1)+b=-1$ donc $b=1$ et $g(x)=2x+1$.

b) Calcule de $g(0,5)$ et l'antecedant de 5.

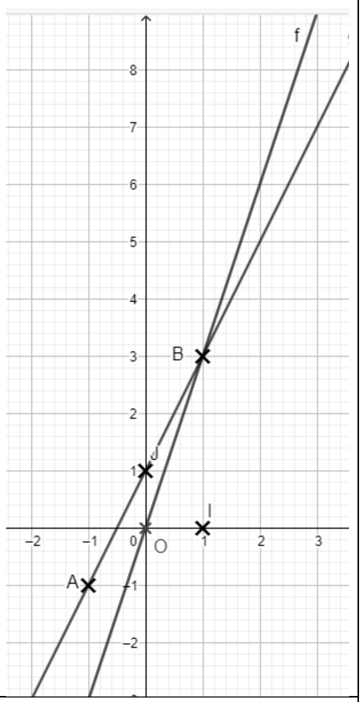
On a: $g(0,5)=2\times 0,5+1=1+1=2$ et $g(x)=5$ signifie que $2x+1=5$ donc $x=2$ soit $g(2)=5$.

3) Détermine algebriquement le couple des coordonnées du point d'intersection des deux droites (D) et (Δ)

Déterminons un point qui appartient aux deux representations graphiques Revient a resoudre l'équation:

$f(x)=g(x)$ soit $2x+1=3x$ alors $2x-3x=-1$ d'où $x=1$ et $g(1)=3$ soit $E(1;3)$ est le point d'itersection de (D) et (Δ).

4) Voir figure ci-contre.



x	0	1	-1	*et*	x	0	1	-1
$f(x)$	0	3	-3		$g(x)$	1	0	1

EXERCICE 6:

1) *Soit* f *la fonction affine et* (Δ) *sa représentation graphique .* $J(0;1)$ *et* $K(1;3)$ *deux points de* (Δ) *.*

a) *Montre que:* $f(x)=2x+1$.

b) *Détermine l'ordonnée du point A d'abscisse* (-2) *sachant que:* A *est un point de* (Δ) *.*

c) *Trace* (Δ) *dans un repère orthonormé* $(O;I;J)$ *.*

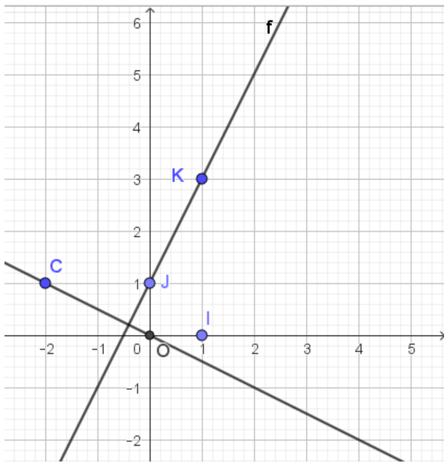
2) *Soit* g *la fonction linéaire tel que:* $g(x)=-\frac{1}{2}x$ *et* (D) *sa représentation graphique.*

a) *Calcule l'image de* 4 *par la fonction* g *.*

b) *Trace* (D) *dans le repère orthonormé* $(O;I;J)$ *.*

3) (D) *et* (Δ) *sont-elles parallèles ? Justifie la réponse.*

CORRECTION:



1) Soit f la fonction affine définie par: $f(x) = 2x + 1$

a) On a: $f(0) = 2\times 0 + 1 = 0+1 = 1$ et $f(1) = 2\times 1 + 1 = 2+1 = 3$

donc (Δ) la représentation graphiquede f passe par les points $J(0;1)$ et $K(1;3)$.

b) On a: Déterminons l'ordonnée du pointn A d'abscisse (-2): $f(-2) = 2\times(-2) + 1 = -4+1 = -3$.

c) Voir figure ci-contre.

2) Soit g la fonction affine tel que : $g(x) = -\frac{1}{2}x$.

a) On a : $g(4) = -\frac{1}{2}\times 4 = -2$.

b) Voir figure ci-contre.

3) Position initial de (D) et (Δ). La pente de (D) est 2 et la pente de (Δ) est $-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}\times 2 = -1$ donc (D) et (Δ) sont perpendiculaires.

x	0	1	-1-	Et	x	0	-2	2
$f(x)$	1	3	-1		$g(x)$	0	1	-1

EXERCICE 7:

Le plan est rapporté d'un repère orthonormé (O,I,J).

On considère la fonction lineaire f *telle que :* $f(1) = 2$ *et* (D_1) *sa représentation graphique.*

3) a) Donner une expression de $f(x)$.

b) Détermine le nombre qui a pour image $\sqrt{3}$ *par* f *.*

4) Soit g *la fonction affine telle que* $g(7) - g(5) = 8$ *et* (D_2) *sa représentation graphique qui passe par le point* $M(1;3)$.

a) Donner une expression de $g(x)$ *(Expliquer les etapes).*

b) Verifier que le point : $N(0;-1)$ *appartient a* (D_2).

5) a) Tracer les representations graphique sde f *et* g.

b) Détermine l'abscisse du point d'intersection de (D_1) *et l'axe des abscisses .*

c) Détermine algebriquement l'abscisse du point R *l'intersection de* (D_1) *et* (D_2).

CORRECTION :

1) a) Soit la fonction lineaire f *définies par:* $f(1) = 2$ *et* $f(x) = ax$

Donc $f(x) = \frac{f(1)}{1}x = \frac{2}{1}x = 2x$

b) resolution de l'équation $f(x) = \sqrt{3}$ *soit* $2x = \sqrt{3}$ *alors* $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) Soit g *la fonction affine tel que :* $g(7) - g(5) = 8$ *et* (D_2) *sa représentation graphique dans* un repère orthonormé (O, I, J).

a) g est une fonction affine donc $g(x) = ax + b$ puisque $g(7) - g(5) = 8$ alors

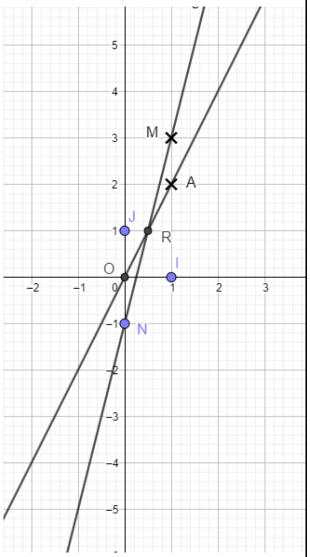
$$a = \frac{g(7) - g(5)}{7-5} = \frac{8}{2} = 4$$ donc $g(x) = 4x + b$ puisque $g(1) = 3$ alors

$4 + b = 3$ d'où $b = -1$ et $g(x) = 4x - 1$

b) On a : $g(0) = 0 - 1 = -1$ donc le point $N(0;-1)$ appartient à (D_2)

2) a) Tracer les representations graphiques de f et g.

x	0	1	Et	x	1	0	2
$f(x)$	0	2		$g(x)$	-3	-1	7



b) Détermine algebriquement l'abscisse du point R l'intersection de (D_1) et (D_2).

Résolution de l'équation $f(x) = g(x)$ soit $2x = 4x - 1$ alors $x = \frac{1}{2}$ et

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ donc $R\left(\frac{1}{2};1\right)$

EXERCICE 8:

Le plan est rapporté d' un repère orthonormé (O, I, J).

1) On considère la fonction lineaire f telle que : $f(1) = 2$ et (D_1) sa représentation graphique.

a) Montrer que $f(x) = 2x$ et calculer $f(-2)$.

b) Détermine l'antecedant de -6 par f .

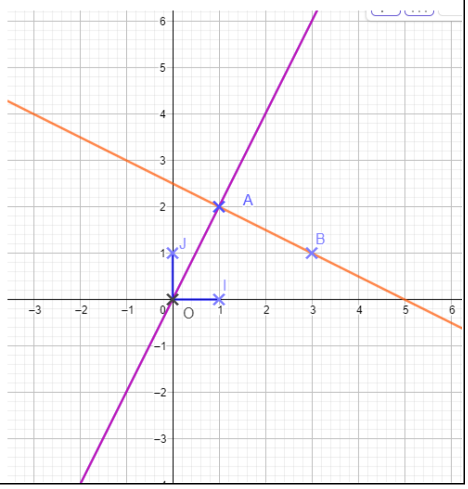
2) Soit g la fonction affine telle que $g(7) - g(5) = -1$ et (D_2) sa représentation graphique qui passe par le point $A(1;2)$.

a) Montrer que $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ (Expliquer les étapes).

b) Verifier que le point : $B(3;1)$ appartient a (D_2).

3) a) Déterminer algebriquement l'abscisse du point E l'intersection de (D_1) et (D_2).

b) Tracer les representations graphiques de f et g.



CORRECTION :

1) a) Soit la fonction lineaire f définie par: $f(1) = 2$ et

$f(x) = ax$

Donc $f(x) = \frac{f(1)}{1}x = \frac{2}{1}x = 2x$ et $f(-2) = 2 \times (-2) = -4$

b) resolution de l'équation $f(x) = -6$ soit $2x = -6$ alors $x = -3$

2) Soit g la fonction affine tel que : $g(7)-g(5)=-1$ *et* (D_2) *sa représentation graphique dans un repère orthonormé* (O,I,J).

a) g *est une fonction affine donc* $g(x)=ax+b$ *puisque* $g(7)-g(5)=-1$ *alors*

$a=\frac{g(7)-g(5)}{7-5}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$ *donc* $g(x)=-\frac{1}{2}x+b$ *puisque* $g(1)=2$ *alors* $2=-\frac{1}{2}\times1+b$ *d'où* $b=\frac{5}{2}$ *et*

$g(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$.

b) On a : $g(3)=-\frac{1}{2}\times3+\frac{5}{2}=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{2}{2}=1$ *donc le point* $B(3;1)$ *appartient à* (D_2)

3) a) Determinons algebriquement l'abscisse du point R *l'intersection de* (D_1) *et* (D_2).

Résolution de l'équation $f(x)=g(x)$

soit $2x=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ *d'ou* $4x=-x+5$ *alors* $x=1$ *et* $f(1)=2$ *donc* $E=A$

b) Tracer les representations graphiques de f *et* g.

x	0	1	***Et***	x	1	3	5
$f(x)$	0	2		$g(x)$	-2	1	0