BAFDILI Cours de maths
Bafdili.com LE COMMENCEMENT EST LA MOITIÉ DE TOUT

NORMALISÉ 2 CORRECTION

EXERCICE 1 :

1) *Résoudre les équations suivantes :* $\frac{1-2x}{2}+\frac{7x-5}{6}=\frac{x}{3}$; $x^2-3=(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$

2) *Résoudre l'inéquation :* $x+\sqrt{2}\geq x\sqrt{2}+1$

3) a) *Résoudre le système :* $\begin{cases}x+y=20\\2x+y=32\end{cases}$

b) *Pour payer* 3200 dhs *à une assurance, Ahmed a donné* 20 *billets de deux types*

200 dhs et 100 dhs

Déterminer le nombre de billets de chaque type donné par Ahmed.

CORRECTION:

1) *Résoulution des équations:*

$\frac{1-2x}{2}+\frac{7x-5}{6}=\frac{x}{3}$ soit $3(1-2x)+7x-5=2x$ d'où $3-6x+7x-5=2x$ donc $x-2x=2$ d'où $x=-2$

La solution de l'équation est -2

$x^2-3=(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$ soit $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})=(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})$

donc $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})-(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})=0$ soit $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}-2x-\sqrt{3})$

alors $(x-\sqrt{3})(-x)$ soit $x-\sqrt{3}=0$ ou $-x=0$ d'où $x=\sqrt{3}$ ou $x=0$ alors

Les solutions sont $\sqrt{3}$ *et* 0

2) *Résoudre les inéquations suivantes :*

:

$x+\sqrt{2}\geq x\sqrt{2}+1$ soit $x-x\sqrt{2}\geq 1-\sqrt{2}$ alors $\left(1-\sqrt{2}\right)x\geq 1-\sqrt{2}$

puisque $1-\sqrt{2}\ \langle 0$ alors $x\leq 1$

Tous nombres inférieur ou égal à 1 *est solution de l'inéquation*

3) a)*Résolution de système On a :* $\begin{cases}x+y=20\\2x+y=32\end{cases}$.

D'après la deuxième équation on a : $y=32-2x$ *.Je remplace* y *par* $(32-2x)$ *dans la première équation je trouve :* $x+32-2x=20$ *par suite* $-x=20-32=-12$ *d'où* $-x=-12$ *alors* $x=12$

On a $y=32-2x=32-24=8$.

Le couple $(12;8)$ *est la solution unique de ce système.*

b) *Résolution du problème :*

- *Choix des inconnues :*

On appelle x *le nombre de billets de type 1 et* y *celui des billets de type 2.*

- *Mise en système*

On a : $x+y=20$ *et* $200x+100y=3200$.

Finalement je trouve le système : $(S):\begin{cases}x+y=20\\200x+100y=3200\end{cases}$ *soit* $\begin{cases}x+y=20\\2x+y=32\end{cases}$

- *Résolution du système:*
  D'aprés la question (1) on trouve : $x=12$ *et* $y=8$
- *La vérification :* $x+y=12+8=20$ *et* $200x+100y=200\times12+100\times8=2400+800=3200$.
- *La conclusion :*
  le nombre de billets de type 1 est 12 *celui des billets de type 2 est* 8..

EXERCICE 2 :

1) f est une fonction affine telle que : $f(0)=-1$ et $f(4)=1$

a) Monter que $f(x)=\frac{1}{2}x-1$

b) Calculer l'image par f de (-1) et de $\sqrt{3}$

c) Déterminer le nombre qui a pour image 2 par f .

2) Soit g une fonction dont la représentation graphique passe par l'origine de repère et par le point le point $A(1\,;-2)$. Prouver que $g(x)=-2x$

3) Soit (D) et (D') les représentations graphiques de f et g . Sans tracer (D) et (D') . Déterminer algébriquement les coordonnées de B le point d'intersection de (D) et (D').

4) Déterminer la valeur du nombre réel m tel que : $2f(m)-g(m+3)=4$

CORRECTION:

1) f est une fonction affine telle que : $f(0)=-1$ et $f(4)=1$

a) Montrons que : $f(x)=\frac{1}{2}x-1$

On a f est une fonction affine donc $f(x)=ax+b$ et : $f(0)=-1$ et $f(4)=1$

$a=\frac{f(4)-f(0)}{4-0}=\frac{1+1}{4}=\frac{1}{2}$ donc $f(x)=\frac{1}{2}x+b$ or $f(0)=-1$ donc $b=-1$ alors $f(x)=\frac{1}{2}x-1$

b) Calculons l'image par f de (-1) et de $\sqrt{3}$

$f(-1)=\frac{1}{2}(-1)-1=-\frac{1}{2}-1=-\frac{3}{2}$ et $f\left(\sqrt{3}\right)=\frac{1}{2}\sqrt{3}-1=\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

c) Déterminons le nombre qui a pour image 2 par f revient à résoudre l'équation :

$f(x)=2$ soit $\frac{1}{2}x-1=2$ on trouve $x=6$ d'où $f(6)=2$

2) Soit g une fonction dont la représentation graphique passe par l'origine de repère et par le point $A(1\,;-2)$. Prouver que $g(x)=-2x$

3) g est une fonction linéaire son graphique passe par le point $A(1\,;-2)$ donc

$g(x)=ax$ et $g(1)=-2$ donc $a=\frac{g(1)}{1}=\frac{-2}{1}=-2$ et $g(x)=-2x$

4) Soit (D) et (D') les représentations graphiques de f et g . Sans tracer (D) et (D') .

Déterminons algébriquement les coordonnées de B le point d'intersection de (D) et (D') revient

à résoudre l'équation : $f(x)=g(x)$ d'où $\frac{1}{2}x-1=-2x$ d'où $x=\frac{2}{5}$ puisque $g\left(\frac{2}{5}\right)=-2\times\frac{2}{5}=-\frac{4}{5}$

alors $B\left(\frac{2}{5};-\frac{4}{5}\right)$.

5) Déterminer la valeur du nombre réel m tel que :

$2f(m)-g(m+3)=4$ alors $2\left(\frac{1}{2}m-1\right)+2(m+3)=4$ d'ou $m-2+2m+6=4$ soit $3m=0$ et $m=0$

EXERCICE 3 :

En sortie de fabrication, on choisit 100 pièces au hasard et on les pèse (les masses sont en grammes). On obtient le tableau suivant :

Masse	320	330	340	350	360	370	380
Effectif	2	3	20	25	22	20	8

1) ***Déterminer la masse moyenne.***
2) ***Déterminer une masse médiane.***

CORRECTION:

1) *Déterminer la masse moyenne.*

$$\frac{320\times 2+330\times 3+340\times 20+350\times 25+360\times 8}{100}=\frac{35540}{100}=355,4$$

La masse moyenne d'une pièce est $355,4$ *grammes.*

2) *Déterminer une masse médiane.* $\frac{100}{2}=50$

Une masse médiane est un masse qui partage la population en deux groupes d'effectif 50.

$N=2+3+20+25=50$.

Il y a 50 *pièces qui pèsent moins de* 350 *grammes et* 50 *pièces qui pèsent plus de* 360 *grammes.*

355 *est une masse médiane.*

EXERCICE 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$,

1) ***a) Placer les points :*** $A(3;0)$, $B(4;2)$ ***et*** $C(1;4)$.

   b) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ ***et calculer*** AB.

   c) Déterminer les coordonnées du point M ***le milieu du segment*** $[AC]$.

2) ***Vérifie que les points*** A et B ***appartiennent à la droite*** (L) ***d'équation :*** $y=2x-6$.

3) ***Soit*** (D) ***la droite parallèle à la droite*** (L) ***et qui passe par le point*** C .

   a) Détermine le coefficient directeur de la droite (D) .

   b) En déduis l'équation réduite de la droite (D) .

1) ***Soit*** (D') ***la droite d'équation :*** $y=-\frac{1}{2}x+2$.

   a) Construire la droite (D')

   b) Montre que les droites (D) ***et*** (D') ***sont perpendiculaires.***

CORRECTION :

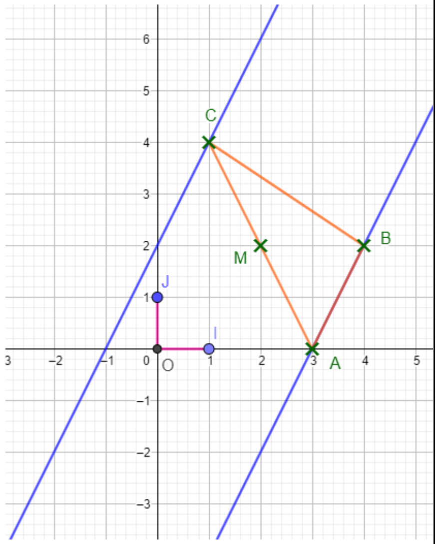
1) a) Voir figure ci-contre.

   b) On a : $A(3;0)$ et $B(4;2)$. On a : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\ ;\ y_B-y_A)$ alors $\overrightarrow{AB}(4-3;2-0)$ d'où $\overrightarrow{AB}(1;2)$. On a $\overrightarrow{AB}(1;2)$ alors $AB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.

   c) Soit $M(x_M;y_M)$ le milieu du segment $[AC]$ alors: $x_M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$ et

   $y_M=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{0+4}{2}=\frac{4}{2}=2$ et $M(2;2)$.

2) Nous avons : $(L): y = 2x - 6$



$$\begin{cases} y_A = 2x_A - 6 = 6 - 6 = 0 \text{ donc } A \in (L) \\ y_B = 2x_B - 6 = 8 - 6 = 2 \text{ donc } B \in (L) \end{cases} \text{ alors } (AB): y = 2x - 6.$$

3) On a (D) la droite parallèle à la droite (L) et qui passe par le point C.

Donc (D) et (L) ont même coefficient directeur alors

$(D): y = 2x + p$

$C(1;4)$ est un point de (D) alors $x = x_C = 1$ et $y = y_C = 4$ et

$4 = 2\times 1 + p$ soit $4 - 2 = p$ alors $p = 2$ d'où $(D): y = 2x + 2$.

On a : $(D'): y = -\frac{1}{2}x + 2$ et $(D): y = 2x + 2$. comme $-\frac{1}{2}\times 2 = -1$ alors $(D) \perp (D')$.

EXERCICE 5 :

1) Tracer un parallélogramme $ABCD$ *tel que* $AB = 6cm$ *et* $AD = 3cm$ *et tracer les points* E *et* F *tels que :* $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$

2) a) Quelle est l'image de F *par la translation qui transforme* B *en* C *? Justifier*

b) Montrer que $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. *Que peut-on déduire pour la droite* (EF) *et* (AC).

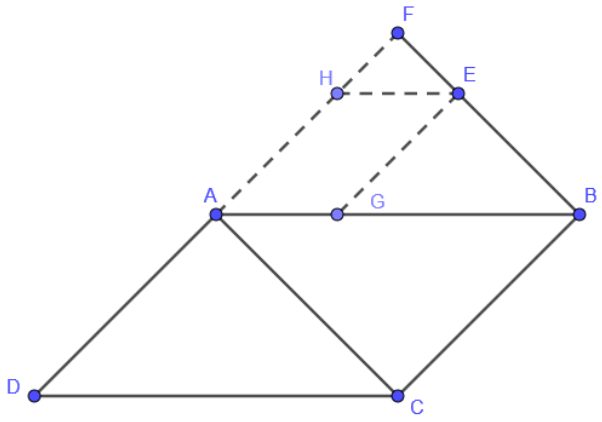
c) Démontrer que les points B, E *et* F *sont alignés.*

CORRECTION:

$ABCD$ un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

1) On a $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$ *soit* $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BC}$ *donc l'image de* F *par* t *est* A

2) a) On a



$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ *donc* (EF) *et* (AC) *sont parallèles.*

b) Démontrons que les points B, E *et* F *sont alignés.*

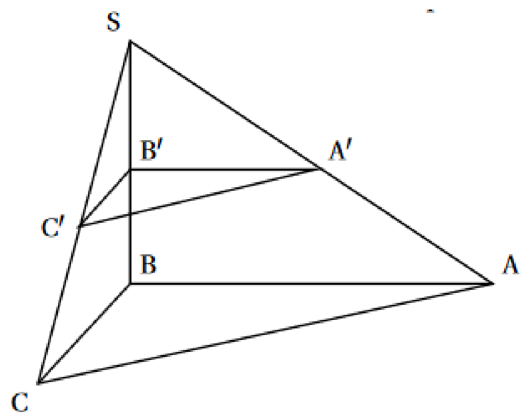
On a : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

$\overrightarrow{BE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$ *donc* $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BF}$.

Alors Démontrons que les points B, E *et* F *sont alignés.*

EXERCICE 92 :



Dans la figure ci-contre $SABC$ *est une pyramide telle que :*

- *la base* ABC *est un triangle rectangle en* B *,*
- $AC = 5,2cm$ *et* $BC = 2\ cm$ *,*
- *la hauteur* $[SB]$ *de la pyramide mesure* $3\ cm$ *.*

On rappelle que la formule de calcul du volume

1) *Montrer que :* $AB = 4,8cm$ *.*
2) *Calculer le volume de la pyramide* $SABC$ *.*
3) *On coupe la pyramide* $SABC$ *par un plan parallèle à sa base pour obtenir une pyramide* $SA'B'C'$ *telle que* $SB' = 1,5cm$ *.*

   Calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'$ *en* cm^3.

CORRECTION:

1) *Montrer que :* $AB = 4,8cm$ *.*

   Dans le triangle ABC *rectangle en* B *et par application de théorème directe de Pythagore on a :*

   $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{27,04 - 4} = \sqrt{23,04} = 4,8$ *donc* $AB = 4,8cm$

2) *Calculer le volume de la pyramide* $SABC$ *.*

   $$V_{SABC} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} \times SB = \frac{1}{3} \times 4,8 \times 3 = 4,8cm^3$$

3) *Calculons le rapport de réduction:*

   Soit k *le rapport de réduction*

   (ABC) *et* $(A'B'C')$ *sont parallèles alors* (AB) *et* $(A'B')$ *sont parallèles par application du théorème directe de Thalès sur le triangle* SAB *on a :* $k = \frac{SB'}{SB} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$

   $SA'B'C'$ *est une réduction de* $SABC$ *alors :* $V_{SA'B'C'} = k^3 \times V_{SABC} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 4,8 = \frac{1}{8} \times \frac{48}{10} = 0,6cm^3$ *.*