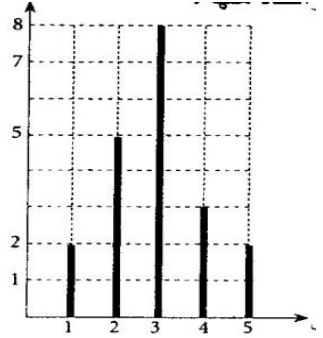




NORMALISÉ 3 CORRECTION

EXERCICE 1 :

Le graphique ci-contre représente la répartition de 20 familles dans une population selon le nombre d'enfants dans chacune d'elle :



1) Compléter le tableau suivant :

Valeur	1	2	3	4	5
Effectif	2				
Effectif cumulé	2				

- 2) Quel est le mode de cette série statistique ?
3) Déterminer la moyenne des enfants d'une famille dans cette population.

CORRECTION:

1) On a :

Nombre de chambres	1	2	3	4	5
Effectif	2	5	8	3	2
Effectif cumulé	2	7	15	18	20

- 2) Calculons le mode :
On a le plus grand effectif est 8 et il correspond à la valeur 3 donc le mode c'est 3.
3) Calculons le nombre moyen des enfants dans une famille.:

$$m = \frac{2 \times 1 + 5 \times 2 + 8 \times 3 + 3 \times 4 + 2 \times 5}{20} = \frac{58}{20} = 2,9$$

EXERCICE 2 :

- 1) Résoudre les équations suivantes : $1 - 3x = x - 5$ et $(6 - 3x)(-x + 3) = 0$
2) Résoudre l'inéquation : $x + 1 \leq 3x - 5$
3) a) Résoudre le système : $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + 6y = 1 \end{cases}$
4) Un complexe résidentiel contient 30 maisons distribuées en deux parties, la première partie est constituée de 3 chambres et la deuxième partie est constituée de 4 chambres. Sachant que le total de chambres des deux parties est 102. Déterminer le nombre de maisons dans chaque partie du complexe résidentiel.

CORRECTION:

1) Résolution des équations:

$1 - 3x = x - 5$ d'où $-3x - x = -5 - 1$ soit $-4x = -6$ alors $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ La solution de l'équation est $\frac{3}{2}$	$(6 - 3x)(-x + 3) = 0$ soit $6 - 3x = 0$ où $-x + 3 = 0$ d'où $-3x = -6$ où $-x = -3$ alors $x = 2$ où $x = 3$ Les solutions sont 2 et 3
--	---

- 2) Résoudre les inéquations suivantes :
On a : $x + 1 \leq 3x - 5$ alors $x - 3x \leq -5 - 1$ soit $-3x \leq -6$ d'où $x \geq 2$
Donc tout nombre supérieur ou égal à 2 est solution de l'inéquation

3) Résolution du système On a : $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + 6y = 1 \end{cases}$

D'après la première équation on a : $x = 8 + y$. Je remplace x par $(8 + y)$ dans la deuxième équation je trouve : $8 + y + 6y = 1$ par suite $7y = 1 - 8$ soit $7y = -7$ d'où $y = -1$.

On a $x = 8 + y = 8 - 1 = 7$.

Le couple $(7; -1)$ est la solution unique de ce système.

b) Résolution du problème :

- Choix des inconnues :

On appelle x le nombre de maisons de 3 chambres et y celui des maisons de 4 chambres.

alors: $3x + 4y = 102$ et: $x + y = 30$

- Mise en système : On a : $3x + 4y = 102$ et: $x + y = 30$

Enfinement je trouve le système : $(S) : \begin{cases} 3x + 4y = 102 \\ x + y = 30 \end{cases}$.

- Résolution du système : le système est équivalente à
soit: $3x + 4y - 3x - 3y = 102 - 90$ donc $y = 12$ et $x = 30 - 12 = 18$

- La vérification :

$$3x + 4y = 3 \times 18 + 4 \times 12 = 54 + 48 = 102 \text{ et } x + y = 18 + 12 = 30.$$

- La conclusion :

le nombre de maisons de 3 chambres est 18 et le nombre de maisons de 4 chambres est 12.

EXERCICE 3 :

1) f est une fonction affine telle que : $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

a) Calculer l'image de 1 par la fonction f

b) Déterminer le point d'intersection de (D) la représentations graphiques de fonction f avec l'axe des ordonnées.

2) Soit g une fonction linéaire tel que : $g(-1) = 2$.

a) Prouver que $g(x) = -2x$

b) Soit (D) et (D') les représentations graphiques de f et g . Sans tracer (D) et (D') .

Déterminer algébriquement les coordonnées de A le point d'intersection de (D) et (D') .

CORRECTION:

1) f est une fonction affine telle que : $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

a) Calculons $f(1)$: $f(1) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

b) Soit E le point d'intersection de (D) la représentations graphiques de fonction f avec l'axe

des ordonnées : On a : $f(x) = 0$ signifie que $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ soit $\frac{1}{2}x = -\frac{3}{2}$ alors $x = -3$ et $E(-3; 0)$

c) Déterminons le nombre qui a pour image 5 par f revient à résoudre l'équation :
 $f(x) = 5$ soit $2x + 3 = 5$ on trouve $x = 1$ d'où $f(1) = 5$.

2) On a: g une fonction linéaire telle que : $g(-1) = 2$.

a) On : $g(x) = ax$ et $g(-1) = 2$ donc : $a = \frac{g(-1)}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$ d'où $g(x) = -2x$

b) A le point d'intersection de (D) et (D') .

Résolution de l'équation $f(x) = g(x)$ soit $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x$ d'où $x + 3 = -4x$ alors $5x = -3$ donc

$$x = -\frac{3}{5} \text{ et } g\left(-\frac{3}{5}\right) = -2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{6}{5} \text{ donc } A\left(-\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

EXERCICE 4 :

Dans un repère orthonormé $(O;I;J)$ on a : $A(5;-3)$, $B(11;0)$ et $C(2;3)$

- 1) Faire une figure
- 2) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB)
- 3) Soit (Δ) la droite d'équation : $y = -2x + 7$

Montrer que (Δ) est perpendiculaire à (AB) et que (Δ) passe par les points A et C .

- 4) Calculer les valeurs des distances AB et AC et en déduire la nature du triangle ABC
- 5) Soit K le projeté orthogonal de C sur l'axe des abscisses ;
 - a) Prouver que A, B, C et K sont sur un même cercle (ζ) .
 - b) Calculer les coordonnées du point E le centre du cercle.
 - c) Calculer le rayon du cercle (ζ) .
- 6) Construire le point D l'image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}
 - a) Calculer les coordonnées de D puis
 - b) En déduire la nature de $ABCD$ (Justifier).

CORRECTION :

1) On a : $A(5;-3)$, $B(11;0)$ et $C(2;3)$. (Voir figure ci-contre).

2) Soit : m le coefficient directeur de la droite (AB) alors $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-3-0}{5-11} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$.

3) Soit (Δ) la droite d'équation : $y = -2x + 7$

Montrons que (Δ) est perpendiculaire à (AB) et que (Δ) passe par les points $A(5;-3)$ et $C(2;3)$.

On a : $m_{(AB)} \times m_{(\Delta)} = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$ donc (Δ) est perpendiculaire à (AB)

De plus $\begin{cases} -2x_A + 7 = -10 + 7 = -3 = y_A \\ -2x_C + 7 = -4 + 7 = 3 = y_C \end{cases}$ donc (Δ)

passe par les points $A(5;-3)$ et $C(2;3)$.

4) On a : $A(5;-3)$, $B(11;0)$ et $C(2;3)$.

Alors $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ alors $\overrightarrow{AB}(11-5;0+3)$

d'où $\overrightarrow{AB}(6;3)$. On a $\overrightarrow{AC}(6;3)$ alors

$$AB = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} .$$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$ alors $\overrightarrow{AC}(2-5;3+3)$ d'où

$\overrightarrow{AC}(-3;6)$. On a $\overrightarrow{AC}(-3;6)$ alors

$$AC = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} .$$

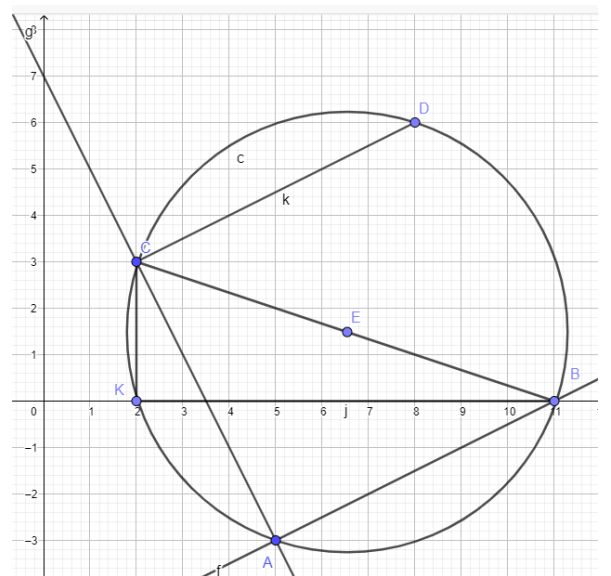
Nous remarquons que $AC = AB$ donc ABC est un triangle isocèle de sommet A et d'après la question 3 les droites (AC) et (AB) sont perpendiculaires, donc le triangle ABC est rectangle en A .

5) a) Le triangle ABC est rectangle en A , donc les points A, B et C appartiennent au cercle de diamètre $[BC]$. De même, le triangle C, K et B appartiennent au cercle du diamètre $[BC]$

Les points A, B, C et K sont sur le cercle du diamètre $[BC]$ de centre E , milieu de $[BC]$

b) On a : $E\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ soit $E\left(\frac{13}{2}; \frac{3}{2}\right)$ soit R le rayon de (ζ) .

$$R = \sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2} = \sqrt{\left(11 - \frac{13}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$$



6) a) (voir la figure) D est l'image de C par la translation du vecteur \overline{AB} , donc $\overline{AB} = \overline{CD}$.

On a : $\overline{AB}(6;3)$ donc $\overline{CD}(6;3)$ et :

$$\begin{cases} x_D - x_C = 6 \\ y_D - y_C = 3 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x_D = 6 + x_C = 6 + 2 = 8 \\ y_D = 3 + y_C = 3 + 3 = 6 \end{cases} \text{ donc } D(8;6)$$

b) $\overline{AB} = \overline{CD}$ donc $ABDC$ est un parallélogramme

De plus, le triangle ABC est rectangle et isocèle en A , un parallélogramme dont un angle est droit et dont deux côtés consécutifs ont la même longueur est un carré donc $ABDC$ est un carré.

EXERCICE 5 :

On a BDS triangle et I milieu de $[SD]$.

- 1) a) Construire le point H symétrique de B par rapport à I
- b) Démontrer que D est l'image de H par la translation du vecteur \overline{SB}
- 2) Construire le point R , image du point D par la translation du vecteur \overline{SB}
- 3) Démontrer que le point D est le milieu du segment $[HR]$.

CORRECTION:

1) a) Le point H est le symétrique de B par rapport à I signifie que $\overline{BI} = \overline{IH}$.

b) Démontrons que D est l'image de H par la translation du vecteur \overline{SB}

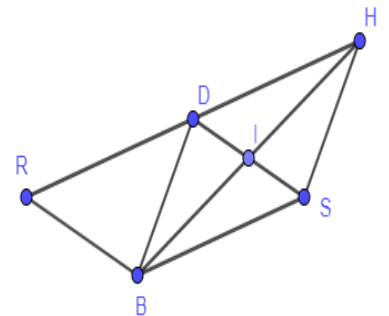
$[BH]$ et $[DS]$ ont même milieu I donc $BDHS$ est un parallélogramme d'où $\overline{HD} = \overline{SB}$ soit D est l'image de H par la translation du vecteur \overline{SB} .

2) Le point R , image du point D par la translation du vecteur \overline{SB}

Donc : $\overline{DR} = \overline{SB}$.

3) Démontrons que le point D est le milieu du segment $[HR]$.

On a $\overline{HD} = \overline{SB}$ et $\overline{DR} = \overline{SB}$ alors $\overline{HD} = \overline{DR}$ d'où D est le milieu du segment $[HR]$.



EXERCICE 6 :

Dans la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que :

$AC = 5\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$ et $AE = 6\text{cm}$

- 1) Montrer que : $BC = 3\text{cm}$.
- 2) Montrer que le volume de la pyramide $EABD$ est 12cm^3 .
- 3) Calculer le volume de la pyramide $EIJK$ obtenue après la réduction de la pyramide $EABD$ par le rapport $0,5$.

CORRECTION:

1) Montrer que : $BC = 3\text{cm}$.

ABC est un triangle rectangle en B , d'après le théorème directe de Pythagore on a :

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} \text{ donc } BC = 3\text{cm}$$

2) Montrons que : $V_{EABD} = 12\text{cm}^3$.

$$\text{On a : } V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} AD \times AB \right) \times EA = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times 6 = 12\text{cm}^3$$

b) On a effectué une réduction de rapport $k = 0,5$ de la figure solide $EABD$.

Calculons le volume de $EIJK$.

$$V' = \left(\frac{1}{2} \right)^3 \times V = \frac{1}{8} \times 12 = 1,5\text{cm}^3 \dots$$

