

NORMALISEE 4 CORRECTION

EXERCICE 1 :

Dans une classe, un professeur réalise une enquête pour connaître le nombre de films vus par ses élèves pendant les grandes vacances.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

<i>Nombre de films</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
<i>Effectif</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>5</i>	<i>2</i>

- 1) Calculer l'effectif total.
- 2) Déterminer l'étendue de la série.
- 3) Déterminer le nombre médian de films regardés par chaque élève. Interpréter le résultat obtenu.
- 4) Calculer le nombre moyen de films regardés par chaque élève.
- 5) Quelle est la fréquence des élèves ayant regardé 4 films ou moins ? Exprimer le résultat en pourcentage, arrondi à l'unité.

CORRECTION :

1) L'effectif total est égal à : $N = 3 + 5 + 6 + 8 + 5 + 2 = 29$. L'effectif de cette classe est de 29 élèves.

2) L'étendue est égale à la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la série, c'est-à-dire : $e = 7 - 2 = 5$. L'étendue est égale à 5.

3) Etant donné que l'effectif est impair puisqu'il est égal à 29, la médiane sera la 15^{ème} valeur de la série, c'est à dire 5. Le nombre médian de films regardés par les élèves est de 5, cela signifie que 14 élèves ont vu moins de 5 films tandis que 14 autres en ont vu au moins 5.

4) Le nombre moyen de films vus par chaque élève est égal à :

$$m = \frac{2 \times 3 + 3 \times 5 + 4 \times 6 + 5 \times 8 + 6 \times 5 + 7 \times 2}{29} = \frac{129}{29} \approx 4.45. \text{ En moyenne, chaque élève a regardé 4.45 films.}$$

5) Le nombre d'élèves ayant vu 4 films ou moins est égal à : $3 + 5 + 6 = 14$. La fréquence

$$f = \frac{14}{29} \times 100 \approx 48 \text{ en pourcentage est égale à : Environ 48\% des élèves ont vu 4 films ou moins.}$$

EXERCICE 2 :

1) a) résous l'équation : $2x - 3 = 3$.

b) résous l'équation : $x^2 - 2x + (x - 2)(x + 4) = 0$

c) représente sur une droite graduée d'unité 4cm les solutions de l'inéquation : $2x - 3 \geq 0$.

2) a) résous le système :
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 4y = 170 \end{cases}$$

b) un vendeur de légumes vend deux types de pommes de terre, le prix du premier type est 3 dhs pour kilogramme et celui du deuxième est 4dhs .

sachant que le vendeur a vendu 50 kilogrammes de pommes de terre par 170 dhs , quelle est la quantité de chaque type vendu ?

CORRECTION:

1) a) Résolution de l'équation : $2x - 3 = 3$.

$2x - 3 = 3$ soit $2x = 6$ d'où $x = 3$. *La solution de l'équation est 3*

b) Résolution de l'équation : $x^2 - 2x + (x - 2)(x + 4) = 0$.

$x^2 - 2x + (x - 2)(x + 4) = 0$ soit $(x - 2)x + (x - 2)(x + 4)$ soit $(x - 2)(x + x + 4) = 0$

alors $x - 2 = 0$ ou $2x + 4 = 0$ d'où $x = 2$ ou $x = -2$.

Les solutions sont 2 et -2

2) Résolution graphique de l'inéquation : $2x - 3 \geq 0$.

3) Résolution de système On a :
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$$

D'après la deuxième équation on a : $y = 32 - 2x$. Je remplace y par $(32 - 2x)$ dans la

première équation je trouve : $x + 32 - 2x = 20$ par suite $-x = 20 - 32 = -12$ d'où $-x = -12$

alors $x = 12$. On a $y = 32 - 2x = 32 - 24 = 8$.

Le couple $(12; 8)$ est la solution unique de ce système.

b) Résolution du problème :

- *Choix des inconnues :*

On appelle x le nombre de billets de type 1 et y celui des billets de type 2.

- *Mise en système*

On a : $x + y = 20$ et $200x + 100y = 3200$.

Finalement je trouve le système : $(S) : \begin{cases} x + y = 20 \\ 200x + 100y = 3200 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + y = 32 \end{cases}$

- *Résolution du système :*

D'après la question (1) on trouve : $x = 12$ et $y = 8$

- *La vérification : $x + y = 12 + 8 = 20$ et $200x + 100y = 200 \times 12 + 100 \times 8 = 2400 + 800 = 3200$.*

- *La conclusion :*

le nombre de billets de type 1 est 12 celui des billets de type 2 est 8..

EXERCICE 3:

1) Soit f la fonction linéaire tel que: $f(1) = 3$ et (D) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) .

Détermine $f(x)$ en fonction de x .

2) Soit g la fonction affine tel que : $g(-1) = -1$ et (Δ) sa représentation graphique passe par le point $A(-2, -3)$.

a) Montre que: $g(x) = 2x + 1$

b) Calcule $g(0, 5)$ et détermine l'antécédant de 5.

3) Détermine algébriquement le couple des coordonnées du point d'intersection des deux droites (D) et (Δ) .

4) Trace les droites (D) et (Δ) dans le repère (O, I, J) .

CORRECTION :

1) Soit f la fonction linéaire tel que: $f(1) = 3$ et (D) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) . f est une fonction linéaire donc $f(x) = ax$ puisque $f(1) = 3$

$$\text{alors : } a = \frac{f(1)}{1} = \frac{3}{1} = 3 \text{ donc } f(x) = 3x$$

2) Soit g la fonction affine tel que : $g(-1) = -1$ et sa représentation graphique (Δ) passe par le point $A(-2, -3)$.

a) g est une fonction affine donc $g(x) = ax + b$ puisque $g(-1) = -1$ et $g(-2) = -3$ alors:

$$a = \frac{g(-1) - g(-2)}{-1 - (-2)} = \frac{-1 - (-3)}{-1 + 2} = \frac{-1 + 3}{1} = 2 \text{ donc } g(x) = 2x + b.$$

Calcul de b : On a: $g(-1) = -1$ d'où $2 \times (-1) + b = -1$ donc $b = 1$ et $g(x) = 2x + 1$.

b) Calcul de $g(0,5)$ et l'antécédant de 5.

On a: $g(0,5) = 2 \times 0,5 + 1 = 1 + 1 = 2$ et $g(x) = 5$ signifie que

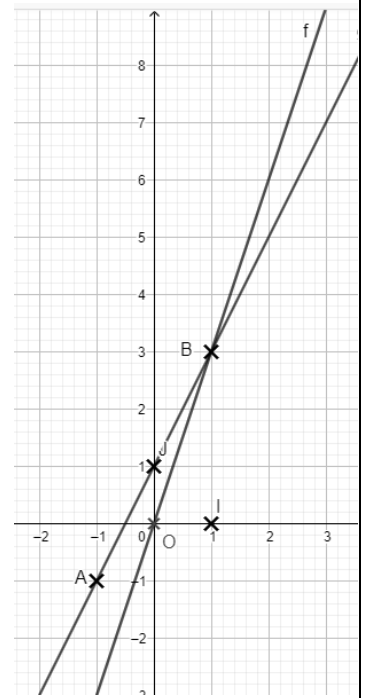
$$2x + 1 = 5 \text{ donc } x = 2 \text{ soit } g(2) = 5.$$

3) Détermine algébriquement le couple des coordonnées du point d'intersection des deux droites (D) et (Δ)

Déterminons un point qui appartient aux deux représentations graphiques Revient à résoudre l'équation:

$f(x) = g(x)$ soit $2x + 1 = 3x$ alors $2x - 3x = -1$ d'où $x = 1$ et $g(1) = 3$ soit $E(1;3)$ est le point d'intersection de (D) et (Δ) .

4) Voir figure ci-contre.



x	0	1	-1	<i>et</i>	x	0	1	-1
$f(x)$	0	3	-3		$g(x)$	1	0	1

EXERCICE 4 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$,

On considère les points suivants : $A(1;1)$ et $B(5;3)$.

1) a) Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est $(AB): y = 2x - 1$.

b) Montrer que le point $C(0;3)$ n'appartient pas à la droite (AB) .

2) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) image de la droite (AB) par la translation du vecteur \overrightarrow{AB} et qui passe par le point $C(0;3)$..

3) Déterminer le point d'intersection de la droite (D) avec l'axe des abscisses.

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$

5) Tracer les droites (D) et (Δ) dans un repère orthonormé.

CORRECTION:

1) La droite (AB) a une équation réduite de la forme $y = mx + p$

Calculons m : On a $A(1;1)$ et $B(5;3)$ donc $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Calculons p :

On a: $(AB): y = \frac{1}{2}x + p$ de plus $A(1;1)$ est un point de (AB)

Donc $2x_A + p = y_A$

$2 \times 1 + p = 1$ alors $p = 1 - 2 = -1$.

Par conséquent $:(AB): y = \frac{1}{2}x - 1$.

b) Pour $C(0;3)$ on a $2x_C - 1 = 2 \times 0 - 1 = -1 \neq y_C$ donc le point C n'est pas un point de (AB)

2) La droite (D) image de la droite (AB) par la translation du vecteur \overrightarrow{AB} ,

c'est-à-dire que $:(D) \parallel (AB)$ Cela signifie qu'elles ont le même coefficient directeur.

Alors $:(D): y = \frac{1}{2}x + p$

Calculons p :

$C(0;3)$ est un point de (D) donc $y_C = 2x_C + p$ soit $3 = 2 \times 0 + p$ alors $p = 3$

Par conséquent $:(D): y = 2x + 3$.

3) On doit résoudre le système suivant $y = 2x - 1$ et $x = 0$ soit $y = 2x - 1 = 2 \times 0 - 1 = -1$ soit $y = -1$

Le point des coordonnées $(0; -1)$ est le point d'intersection de la droite (D) et l'axe des ordonnées.

4) (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$, Cela signifie que

$(\Delta) \perp (AB)$ et la droite (Δ) passe par le milieu du segment $[AB]$

Calculons m la pente de (Δ) : $m_{(\Delta)} \times m_{(AB)} = -1$ car $:(\Delta) \perp (AB)$. Donc $m_{(\Delta)} = -1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Calculons p : On a: $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + p$

Soit E le milieu du segment $[AB]$. Alors:

$E\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ soit $E\left(\frac{1+5}{2}; \frac{1+3}{2}\right)$

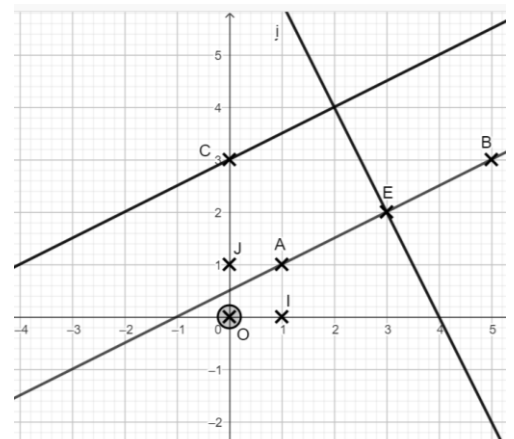
d'où $E\left(\frac{6}{2}; \frac{4}{2}\right)$ soit $E(3;2)$

Or: $N(2;3)$ est un point de (Δ) donc:

$y_E = -\frac{1}{2}x_E + p$ alors $3 = -\frac{1}{2} \times 2 + p$ d'où $p = 3 + 1 = 4$.

Par conséquent $:(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 4$

5) Voir figure ci-contre.



EXERCICE 5 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O et T la translation qui transforme A en B .

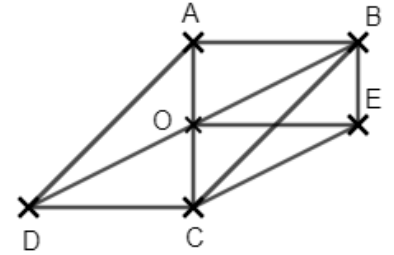
- 1) Tracer le point E image de O par la translation T .
- 2) Déterminer l'image du point D par la translation T .
- 3) Montrer que D l'image de O par la translation qui transforme de vecteur \overrightarrow{EC}
- 4) Sachant que $AC = 6cm$. Calculer BE .

CORRECTION:

$ABCD$ parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

O le centre de $ABCD$ signifie que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.



1) Le point E est l'image de O par la translation qui transforme A en B . (Voir la figure ci-contre). Alors $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AB}$.

2) Déterminons l'image du point D par la translation T :

On a: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc le point C l'image de D par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} .

3) Montrons que D est l'image de O par la translation de vecteur \overrightarrow{EC} .

On a: $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{DC}$ soit $OECD$ parallélogramme donc $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{EC}$ alors D est l'image de O par la translation de vecteur \overrightarrow{EC} .

4) On a: $\left. \begin{array}{l} B \text{ l'image de } A \text{ par la translation de vecteur } \overrightarrow{AB} \\ E \text{ l'image de } O \text{ par la translation de vecteur } \overrightarrow{AB} \end{array} \right\}$

$[BE]$ l'image de $[AO]$ par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} donc $BE = AO = 3cm$.

EXERCICE 6 :

$SABCD$ est une pyramide de sommet de base le rectangle $ABCD$ et de hauteur $[SA]$ telle que : $AB = 8cm$ et $AD = 3cm$ et $SA = 4cm$.

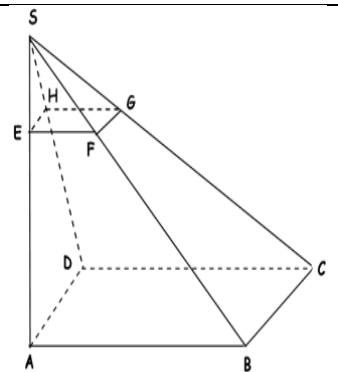
1) Montrer que $SD = 5cm$

2) Montrer que le volume de $SABCD$ est $V_1 = 32cm^3$.

3) La pyramide $SEFGH$ est une réduction de la pyramide $SABCD$ de rapport $\frac{1}{4}$

a) Calculer V_2 le volume de la pyramide $SEFGH$.

b) Calculer l'aire du rectangle $EFGH$



CORRECTION:

1) On a: $AB = 3cm$; $BD = 5cm$; $SO = 6cm$. Montrons que: $SD = 5$.

On a: $[SA]$ est la hauteur donc perpendiculaire au plan $(ABCD)$ et comme (AD) est une droite du plan $(ABCD)$ alors SAD triangle rectangle en A .

D'après le Théorème direct de Pythagore on a: $SD = \sqrt{AD^2 + SA^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.

2) Calculons le volume de la pyramide On a : $V_{SABCD} = \frac{1}{3} AB \times AD \times SA = \frac{8 \times 3 \times 4}{3} = 32 \text{ cm}^3$

3) a) Calculons le volume de la petite pyramide est : $V_{SEFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times V_{SABCD} = \frac{32}{64} = 0,5 \text{ cm}^3$.

b) L'aire du rectangle $EFGH$: $S_{EFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times S_{ABCD} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times AB \times AD = \frac{1}{16} \times 8 \times 3 = 1,5 \text{ cm}^2$.