NORMALISEE 5 CORRECTION

EXERCICE 1 **:**

1) ***Résoudre les équations suivantes :*** $3x+1=x+9$; $(x+1)(2x-5)=0$
2) ***Résoudre l'inéquation :*** $3x-1\leq -x+7$; $2(x+3)-5x\geq 0$
3) ***a) Résoudre le système :*** $\begin{cases}3x+2y=53\\4x+y=49\end{cases}$

b) Chez un vendeur de fruits,Fatima a acheté 3kg ***de bananes et*** 2kg ***de pommes avec*** 53dhs ***, Chez le même vendeur de fruits Ahmed a acheté aussi*** 8kg ***de bananes et*** 2kg ***de pommes avec*** 98dhs ***.Déterminer le prix d'un kilogramme de bananes et de pommes .***

CORRECTION:

1) ***Résoulution des équations:***

$3x+1=x+9$ donc $3x-x=9-1$ soit $2x=8$ d'ou $x=4$ *La solution de l'équation est* 4	$(x+1)(2x-5)=0$ soit $x+1=0$ où $2x-5=0$ d'où $x=-1$ où $2x=5$ alors $x=-1$ où $x=\frac{5}{2}$ *Les solutions sont* -1 *et* $\frac{5}{2}$

2) ***Résoudre les inéquations suivantes :***

$3x-1\leq -x+7$ alors $3x+x\leq 7+1$ soit $4x\leq 8$ d'où $x\leq 2$ *Tout nombre inférieur ou égal à* 2 *est solution de l'inéquation*	$2(x+3)-5x\geq 0$ alors $2x+6-5x\geq 0$ soit $-3x\geq -6$ d'où $x\leq 2$ *Tout nombre inférieur ou égal à* 2 *est solution de l'inéquation*

:

3) ***Résolution du système On a :*** $\begin{cases}3x+2y=53\\4x+y=49\end{cases}$.

D'après la deuxieme equation on a : $y=49-4x$ ***.Je remplace*** y ***par*** $(49-4x)$ ***dans la première équation je trouve :*** $3x+2(49-4x)=53$ ***par suite*** $3x+98-8x=53$ ***d'ou*** $-5x=-45$ ***alors*** $x=9$

On a $y=49-4x=49-36=13$.

Le couple $(9;13)$ ***est la solution unique de ce système.***

b) Résolution du problème :

- ***Choix des inconnues :***

On appelle x ***le prix d'un kilogramme de banane et*** y ***celui d'un kilogramme de pomme.***

- ***Mise en système***

On a : $3x+2y=53$ ***et*** $8x+2y=98$.

Finalement je trouve le système : $(S):\begin{cases}3x+2y=53\\8x+2y=98\end{cases}$ ***soit*** $\begin{cases}3x+2y=53\\4x+y=49\end{cases}$

- ***Résolution du système:***
  D'aprés la question (1) on trouve : $x=9$ ***et*** $y=13$
- ***La vérification :***
  $$3x+2y=3\times 9+2\times 13=27+26=53 \quad \textit{et} \quad 8x+2y=8\times 9+2\times 13=72+26=98.$$
- ***La conclusion :***

Le prix de 1kg de banane est 9 dhs

Le prix de 1kg de pommes est 13 dhs

EXERCICE 2 :

Le tableau suivant représente la répartition du salaire mensuel des ouvriers d'un établissement en centaines de dirhams :

Salaire	$45 \le S < 47$	$47 \le S < 49$	$49 \le S < 51$	$51 \le S < 53$	$53 \le S < 55$	$55 \le S < 57$
Effectif	25	40	50	125	180	110

- *Calculer la moyenne des salaires de cette société.*
- *Déterminer le pourcentage de la classe* $51 \le S < 53$.
- *Donner le tableau des effectifs cumulés de cette série statistique*
- *Déterminer le mode et la médiane de cette série statistique.*

CORRECTION:

Salaire	$45 \le S < 47$	$47 \le S < 49$	$49 \le S < 51$	$51 \le S < 53$	$53 \le S < 55$	$55 \le S < 57$
Effectifs	25	40	50	125	180	110
Effectif cumulés	25	65	115	240	420	530
Centre de la classe	46	48	50	52	54	56

- *Calculons la moyenne des salaires de cette société.*

  $$m = \frac{46\times25+40\times48+50\times50+125\times52+180\times54+110\times56}{530} = \frac{27950}{530} \simeq 52,73$$

- *Déterminons le pourcentage de la classe* $51 \le S < 53$.

  $p = \frac{125}{530}\times100 = 23,58$ *donc le pourcentage de la classe* $51 \le S < 53$ *est .* $23,58\%$

- *Donner le tableau des effectifs cumulés de cette série statistique (Voir tableau)*
- *Déterminer le mode et la médiane de cette série statistique*
- *Le mode de cette série statistique est la classe :* $53 \le S < 55$ *car c'est la classe a qui corresponde le plus grand effectif 180.*
- *La médiane de cette série statistique est :*

  On a $N = 530$ *alors* $\frac{N}{2} = \frac{530}{2} = 265$ *le plus petit effectif cumulé supérieur ou égal à 265 est 420 . la classe correspondant à cet effectif est* $53 \le S < 55$ *alors la médiane de cette série statistique est la classe* $53 \le S < 55$ *. (ou la médiane appartient à* $53 \le S < 55$)

EXERCICE 3:

1) *Dans la figure ci-contre* (Δ) *est la représentation graphique d'une fonction linéaire* f *.*

   a) Détermine graphiquement l'image de 3 *par la fonction* f *.*

   b) Exprime $f(x)$ *en fonction de* x *.*

2) *On considère la fonction affine g définie par :* $g(x) = -\frac{3}{2}x + 4$

   a) Détermine l'image de 2 *par la fonction g.*

   b) Trouve le nombre qui a -2 *pour image par la fonction* g *.*

   c) Construis la représentation graphique de la fonction g dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

CORRECTION:

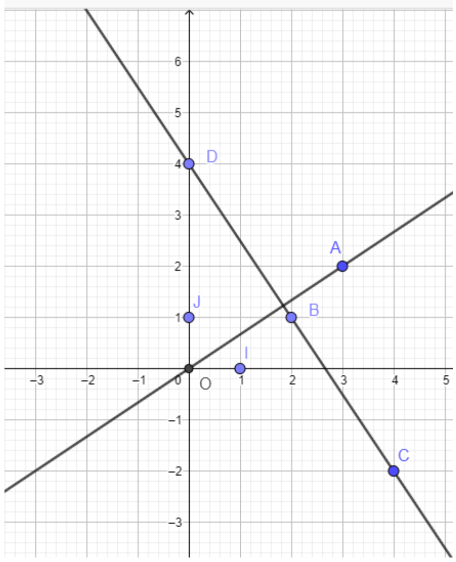
1) *a) Graphiquement l'image de* 3 *par la fonction* f *est* 2 *donc* $f(3) = 2$ *.*

   b) Exprime $f(x)$ *en fonction de* x *.*

   D'après le graphique f *est une fonction linéaire car son graphique passe par l'origine*

   donc $f(x) = ax$ *et* $f(3) = 2$ *d'où* $a = \frac{f(3)}{3} = \frac{2}{3}$ *et* $f(x) = \frac{2}{3}x$

2) On considère la fonction affine g définie par : $g(x) = -\dfrac{3}{2}x + 4$



a) On a $g(2) = -\dfrac{3}{2} \times 2 + 4 = -3 + 4 = 1$.

b) Le nombre qui a -2 *pour image par la fonction* g.

$g(x) = -\dfrac{3}{2}x + 4 = -2$ *soit* $-3x + 8 = -4$ *donc* $-3x = -12$ *alors* $x = 4$

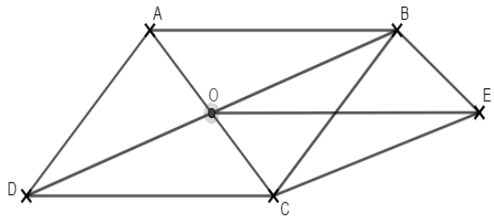
donc le nombre qui a -2 *pour image par la fonction* g *est* 4 *soit* $f(4) = -2$.

c) Construis la représentation graphique de la fonction g dans le repère orthonormé $(O ; I ; J)$.

x	0	3	Et	x	2	0	-4
$f(x)$	0	2		$g(x)$	1	4	-2

EXERCICE 84 :

soit $ABCD$ ***un parallélogramme de centre*** O ***,et*** t ***la translation qui transforme*** A ***en*** B.



1) ***Construire le point*** E ***l'image de*** O ***par*** t.
2) ***Déterminer l'image de*** D ***par la translation*** t.
3) ***Montrer que*** $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{EC}$

CORRECTION:

1) *Le point* E *l'image de O par* t *signifie que* $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AB}$
2) *Déterminons l'image de* D *par la translation* t.

$ABCD$ *un parallélogramme donc* $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ *d'ou* C *est l'image de* D *par la translation* t.

3) *Montrer que* $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{EC}$

On a $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ *donc* $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OE}$ *d'ou* $OECD$ *un parallélogramme donc* $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{EC}$

EXERCICE 85:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$***, on considère les points :***

$A(0;2)$, $B(1;0)$ et $C(4;4)$.

1) ***Détermine les coordonnées du vecteur*** $\overrightarrow{AB}$ ***. et calculer la distance*** AB.
2) ***Monter que l'équation réduite de la droite*** (AC) ***est :*** $y = \dfrac{1}{2}x + 2$.
3) ***Soit*** (D) ***la droite qui passe par le point*** A ***et perpendiculaire à la droite*** (AC).

   a) Monter que l'équation réduite de le droite (D) ***est*** $y = -2x + 2$.

   b) vérifier que le point B ***appartient a la droite*** (D).

   c) Montrer que le triangle ABC ***est rectangle .***

   d) Calculer l'aire du triangle ABC.

CORRECTION:

1) *On a :* $A(0;2)$ *et* $B(1;0)$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A \, ; \, y_B - y_A)$ *alors* $\overrightarrow{AB}(1-0; 0-2)$ *d'où* $\overrightarrow{AB}(1;-2)$

On a $\overrightarrow{AB}(1;-2)$ *alors* $AB = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

2) *L'équation réduite de la droite* (AC) *s'écrit sous la forme :* $y = mx + p$

$m = \dfrac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \dfrac{2-4}{0-4} = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$ *alors* $y = \dfrac{1}{2}x + p$ *.Or* $A(0;2)$ *est un point de* (AC)

alors $y_A=\frac{1}{2}x_A+p$ par suite $2=\frac{1}{2}\times 0+p$ d'où $p=2$

L'équation réduite de la droite (AC) est : $y=\frac{1}{2}x+2$.

3) Soit (D) la droite qui passe par le point A et perpendiculaire à la droite (AC).

a) Montrons que l'équation réduite de le droite (D) est $(D): y=-2x+2$.

Soit $(D): y=mx+p$

(D) perpendiculaire à la droite (AC) donc $\frac{1}{2}m=-1$ alors $m=-2$ et $(D): y=-2x+p$

(D) la droite qui passe par le point A donc $y_A=-2\times x_A+p$ d'où $2=-2\times 0+p$ soit $2=p$

Donc $(D): y=-2x+2$

b) vérifier que le point B appartient a la droite (D).

$-2x_B+2=-2\times 1+2=-2+2=0=y_B$ donc B appartient à la droite (D).

c) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

A et B sont deux point de (D) donc (D) et (AB) sont confondues puisque (AC) et (D) sont perpendiculaires alors (AB) et (AC) sont perpendiculaires donc ABC est rectangle en A.

d) Calculer l'aire du triangle ABC.

On a ABC est rectangle en A donc $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC$

Puisque $AB=\sqrt{5}$ et $AC=2\sqrt{5}$ alors $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{1}{2}\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}=5$

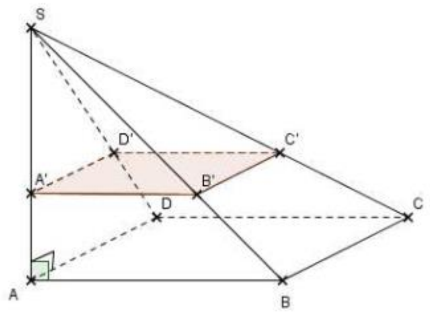
EXERCICE 86 :

$SABCD$ est une pyramide dont la base est le rectangle $ABCD$.

On place sur sa hauteur $[SA]$ le point A' tel que $SA'=6cm$.

En coupant la pyramide $SABCD$ par un plan parallèle à sa base, on obtient une pyramide réduite $SA'B'C'D'$.

On donne : $SA=9cm$, $AB=8cm$, $BC=6cm$



1) Calculer le rapport de réduction

2) a) Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

b) En déduire l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$.

3) a) Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

b) En déduire le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.

CORRECTION:

1) Calculons le rapport de reduction:

Soit k le rapport de reduction

$(ABCD)$ et $(A'B'C'D')$ sont parallèles alors (AB) et $(A'B')$ sont parallèles par application du théorème directe de Thalès sur le triangle SAB on a : $k=\frac{SA'}{SA}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

2) a) Calculer l'aire du rectangle $ABCD$: $S_{ABCD}=AB\times BC=8\times 6=48cm^2$

b) En déduire l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$:

$A'B'C'D'$ est une réduction de $ABCD$ alors $S_{A'B'C'D'}=k^2\times S_{ABCD}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times 48=\frac{4}{9}\times 48cm^2\simeq 21,33cm^2$

3) a) Calculer le volume de la pyramide $SABCD$: $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times S_{ABCD} \times SA = \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 9 = 144cm^3$

b) En déduire le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$

$SA'B'C'D'$ ***est une reduction de*** $SABCD$ ***alors***

$V_{SA'B'C'D'} = k^3 \times V_{SABCD} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 144 = \frac{8}{27} \times 144 \simeq 42,66cm^3$.