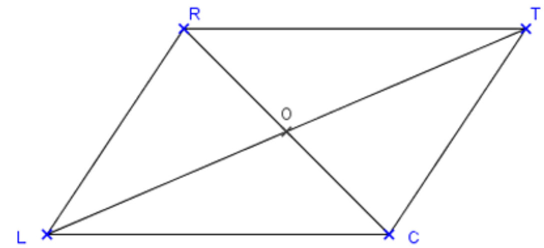
SERIE 4 CORRECTION
LE PARALLELOGRAMME

EXERCICE 1 :



CTRL est un parallélogramme. Les diagonales [CR] et [TL] se ccoupent en O et mesurent respectivement 7 cm et 5,4 cm.

Quelles sont les longueurs OC, OT, OR et OL ?

Justifier.

CORRECTION :

On sait que : CTRL est un parallélogramme de centre O. $CR = 7\ cm$ et $TL = 5,4\ cm$

Or : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

Donc : $OC = OR = \frac{1}{2}CR = \frac{7}{2} = 3,5\ cm$ et $OL = OT = \frac{1}{2}TL = \frac{5,4}{2} = 2,7\ cm$

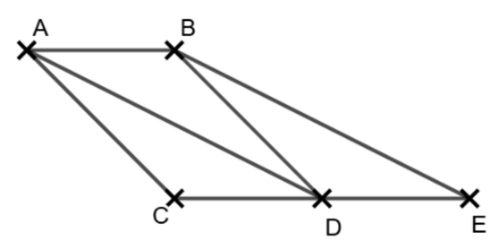
EXERCICE 2 :

Dans la figure ci-dessous, TIRE est un parallélogramme de centre O.

M et N appartiennent respectivement à [TI] et [ER].

1) *Montrer que (ME) et (NI) sont parallèles.*
2) *Déterminer la nature de MINE.*
3) *Que peut-on dire de O par rapport au segment [MN] ?*
4) *Déterminer □EMI.*

CORRECTION :



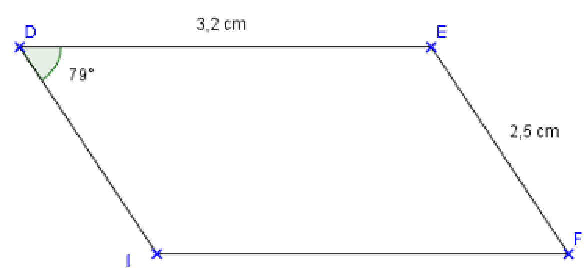
1) Voir figure ci – contre :

2) a) On sait que : ABCD est un parallélogramme

Les droites (DC) et (CE) sont confondues car E est le symétrique de D par rapport à C

Or : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors les supports de ses côtés opposés sont parallèles. Donc : $(AB)//(DC)$ D'où : $(AB)//(CE)$

EXERCICE 3 :



DEFI est un parallélogramme. Avec les informations codées sur la figure ci-contre.

Donner, en justifiant:

1) *Les longueurs DI et IF.*
2) *La mesure de l'angle DEF.*
3) *La mesure de l'angle EFI.*
4) *La mesure de l'angle DIF.*

CORRECTION :

1) On sait que : $DEFI$ est un parallé log ramme $DE = 3,2\ cm$ et $EF = 2,5\ cm$

Or : Si un quadrilatère est un parallé log ramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.

Donc : $DI = EF = 2,5\ cm$ et $IF = DE = 3,2\ cm$

2) On sait que : $DEFI$ est un parallé log ramme $\widehat{IDE} = 79°$

Or : Si un quadrilatère est un parallé log ramme, alors deux angles consécutifs sont sup plémentaires.

Donc : $\widehat{DEF} + \widehat{IDE} = 180°$ soit $\widehat{DEF} = 180° - \widehat{IDE} = 180° - 79° = 101°$.

3) et 4)On sait que : $DEFI$ est un parallé log ramme $\widehat{IDE} = 79°$ et $\widehat{DEF} = 101°$

Or : Si un quadrilatère est un parallé log ramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

Donc : $\widehat{EFI} = \widehat{IDE} = 79°$ et $\widehat{DIF} = \widehat{DEF} = 101°$.

EXERCICE 4 :

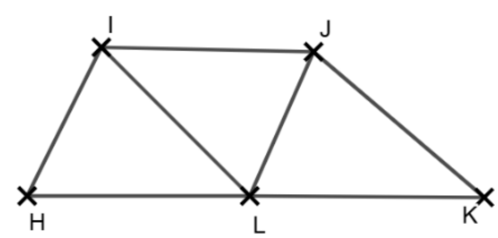
1) *Construire un parallélogramme IJKL.*
2) *b. Tracer la droite qui passe par le point I et qui est parallèle à la droite (JL). Elle coupe la droite (KL) au point H.*

   a) Prouver que les droites (IJ) et (HL) sont parallèles.

   b) Prouver que le quadrilatère IJLH est un parallélogramme.

CORRECTION :

1) Voir figure ci – contre :



2) a) On sait que : $IJKL$ est un parallélogramme

Les droites (HL) et (KL) sont confondues

Or : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc : $(IJ)\ //\ (KL)$ D'où : $(IJ)//(HL)$

b) On sait que : $IJLH$ est un quadrilatère $(IJ)//(HL)$ et $(IH)//(JL)$

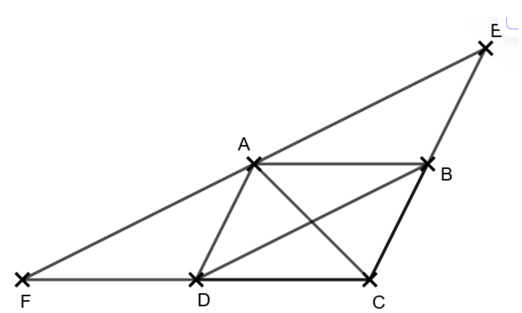
Or : Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Donc : $IJLH$ est un parallélogramme

EXERCICE 5 :

Dans la figure ci-contre ABCD parallélogramme.

La droite passant par A et parallèle a (BD) coupe (BC) en E et (CD) en F.



1) *Montrer que ABDF et ADBE sont des parallélogrammes.*
2) *A est le milieu de [EF] ; B est le milieu de [EC] ; pourquoi ?*
3) *Comparer le périmètre du triangle ABD et celui du triangle CFE.*

CORRECTION :

1) *On considère le quadrilatère ABDF : On a :* (AF) *parallèle à* (BD).

de plus ABCD étant un parallélogramme, donc (AB) *est parallèle à* (CD) ;

or (CD) *et* (DF) *sont confondues, d'où* (AB) *parallèle à* (DF).

donc le quadrilatère ABDF est un parallélogramme

car ayant ses côtés opposés parallèles deux à deux.

On montre de la même façon que ADBE est un parallélogramme.

2) *Je sais que ABDF est un parallélogramme, donc* $BD = AF$.

De plus ADBE est un parallélogramme, donc $AE = BD$

3) *Je sais que A est le milieu de* $[EF]$, *donc* $EF = 2AE$, *or* $BD = AE$,

donc : $EF = 2BD$

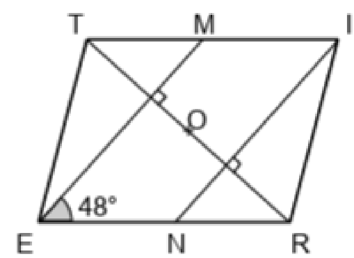
on démontre de même que $CE = 2\,AD$ *et* $CF = 2AB$. *Ainsi :*

$CE + EF + FC = 2AD + 2BD + 2AB = 2(AD + BD + AB)$

Donc le périmètre du triangle CFE est le double de celui du triangle ABD.

$CE + EF + FC = 2AD + 2BD + 2AB = 2(AD + BD + AB)$

EXERCICE 6 :



1) a) ***Construire un parallélogramme ABCD.***

   b) ***Construire le point E, symétrique du point D par rapport au point C.***

2) a) ***Prouver que les droites (AB) et (CE) sont parallèles.***

   b) ***Prouver que : AB = CE***

   c) ***Prouver que le quadrilatère ABEC est un parallélogramme.***

CORRECTION :

Hypothèses : TIRE est un parallélogramme de centre O.

$M \in [TI]$, $N \in [ER]$, $(ME) \perp (TR)$, $(NI) \perp (TR)$ *et* $\widehat{MEN} = 48°$

1) *Montrons que :* $(ME)//(NI)$. *Par hypothèses,* $(ME) \perp (TR)$ *et* $(NI) \perp (TR)$.

Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles entre elles donc $(ME)//(NI)$.

2) *Nature de MINE. Par hypothèses, TIRE est un parallélogramme.*

Or dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles donc $(TI)//(ER)$

Or par hypothèses : $M \in [TI]$ *et* $N \in [ER]$ *donc* $(MI)\ //\ (EN)$

De plus d'après 1), $(ME)//(NI)$.

Conclusion, dans le quadrilatère MINE, on a : $(MI)//(EN)$ *et* $(ME)//(NI)$.

Or un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme

donc MINE est un parallélogramme.

3) *Position de O sur* $[MN]$ *D'après* 2), *MINE est un parallé* log *ramme.*

Or dans un parallé log *ramme, les diagonales se coupent en leur milieu donc* $[EI]$ *et* $[MN]$ *ont le même milieu . De plus, par hypothèses, O est le centre du parallé* log *ramme TIRE donc O est le milieu de* $[EI]$ *donc est aussi nlenmilieu de* $[MN]$.

4) *Déter* min *ons la mesure de l'angle* $E\hat{M}I$. *D'après* 2), *MINE est un parallé* log *ramme.*

Or dans un parallé log *ramme, deux angles consécutifs sont* sup *plémentaires donc*

$E\hat{M}I + M\hat{E}N = 180°$ *Or par hypothèses,* $M\hat{E}N = 48°$ *donc* $E\hat{M}I + 48° = 180°$ *donc*

$E\hat{M}I = 180° - 48°$ *donc* $E\hat{M}I = 132°$